Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

WS 2021/22
02.12.2021
Blatt 6

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER I

1. (Bei dieser Aufgabe wird auch die Rechnung korrigiert.) Sie legen 10000 **€** für vier Jahre fest an. Im ersten Jahr erhalten Sie 1%, im zweiten und dritten Jahr 2 % und im vierten Jahr 2,6 % Zinsen. Betrachten Sie die beiden folgenden Fälle:

(A) (Einfache Verzinsung) Die Zinsen werden jährlich ausbezahlt.

(B) (Zinseszins) Die Zinsen werden jährlich zum Kapital geschlagen und dann ebenfalls verzinst.

(a) Wie hoch ist der gesamte Zinsertrag in beiden Fällen?

(b) Für welchen für alle vier Jahre gleichbleibenden Vergleichszinssatz p_A bzw. p_B würden Sie jeweils den gleichen Zinsertrag erhalten?

Hinweis: Bei den Rechnungen zu Fall (B) sollten Sie ausnahmsweise einen (Taschen-) Rechner benutzen, Ihre Lösung sollte jedoch erkennen lassen, wie Sie gerechnet haben.

2. (Bei dieser Aufgabe werden auch die Begründungen bewertet.) Untersuchen Sie, ob es sich bei den nachstehenden Teilmengen des $\mathbb{R}^3$ um Untervektorräume handelt:

(a) $\big\{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : (x - y + z)^2 = 0\big\}$,

(b) $\big\{(x, y, x - y)^\top \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^\top \in \mathbb{R}^2\big\}$,

(c) $\big\{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : xyz = 0\big\}$,

(d) $\big\{(2, 0, 4)^\top + \lambda(1, 0, 2)^\top : \lambda \in \mathbb{R}\big\}$.

Begründen Sie Ihre Antwort. (Hinweis: $(x, y, z)^\top$ bezeichnet den aus x, y und z in der genannten Reihenfolge gebildeten Spaltenvektor.)

Bitte wenden!

3. (Bei dieser Aufgabe werden nur die Ergebnisse bewertet.) Bestimmen Sie den Kern $\ker(F)$ und das Bild $R(F)$ der linearen Abbildung

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto F \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x+y \\ y+z \\ z-x \end{pmatrix}.$$

Ist F injektiv? Beschreiben Sie $R(F)$ geometrisch und entscheiden Sie, ob F surjektiv ist.

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

(a) Der Kern einer linearen Abbildung $F : V \to W$ ist stets ein Untervektorraum von V.

(b) Das Bild einer linearen Abbildung $F : V \to W$ ist stets ein Untervektorraum von V.

(c) Die Vereinigung zweier Untervektorräume U_1, U_2 eines Vektorraums V ist ebenfalls ein Untervektorraum von V.

(d) Die Verknüpfung $F \circ G$ zweier linearer Abbildungen F und G, definiert durch $F \circ G(x) = F(G(x))$, ist wieder eine lineare Abbildung.

Abgabe: Mo., 13.12.2021 (bis 13.00 Uhr)
Besprechung: Mo., 13.12.2021