

**KLAUSUR A ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II**

1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

Hier sind nur die Antworten "richtig" oder "falsch" oder Enthaltungen möglich.
Bitte auf dem Aufgabenblatt ankreuzen!

(a) Die Logarithmusfunktion $\ln : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ist degressiv wachsend.

Antwort: richtig falsch Enthaltung (2/1/0 P.)

(b) Jede differenzierbare Funktion ist stetig.

Antwort: richtig falsch Enthaltung (2/1/0 P.)

(c) Die Hesse-Matrix einer zweimal stetig differenzierbaren Funktion ist symmetrisch.

Antwort: richtig falsch Enthaltung (2/1/0 P.)

(d) Die Ableitung einer differenzierbaren geraden Funktion ist gerade.

Antwort: richtig falsch Enthaltung (2/1/0 P.)

(e) Die Exponentialfunktion $\exp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist isoelastisch.

Antwort: richtig falsch Enthaltung (2/1/0 P.)

Bitte wenden!

2. Für $x \in (0, \infty)$ sei $f(x) = x^2 e^{-x}$.

(a) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. (2 P.)

(b) Berechnen Sie $f'(x)$ und die Elastizität $\varepsilon_f(x)$. (4 P.)

(c) Bestimmen Sie das größte Intervall $I \subset (0, \infty)$, auf dem f unelastisch ist. (2 P.)

(d) Bestimmen Sie die größten Teilintervalle von $(0, \infty)$, auf denen f monoton steigend bzw. monoton fallend ist. (2 P.)

(e) Bestimmen Sie das Maximum und das Infimum von f auf $(0, \infty)$. (2 P.)

(f) Berechnen Sie $f''(x)$. (2 P.)

(g) Ermitteln Sie das größte Intervall $I \subset (0, \infty)$, auf dem f progressiv fällt. (4 P.)

3. Für die Funktionen $f : (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto f(x, y) := x^2 y^3$ berechne man

(a) alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung, (5 P.)

(b) die partiellen Elastizitäten $\varepsilon_{f,x}(x, y)$ und $\varepsilon_{f,y}(x, y)$. (2 P.)

4. Berechnen Sie:

(a) eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$, (2 P.)

(b) das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$, (4 P.)

(c) den Mittelwert von $f(x) = (x-1)^2$ auf dem Intervall $[-2, 4]$, (3 P.)

(d) eine Funktion $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ mit der Elastizität $\varepsilon_f(x) = x^3$. (4 P.)

5. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto f(x, y) = x(2x^2 + 3x - 12) + (y^2 + 2y - 7)e^y$.

(a) Berechnen Sie $\nabla f(x, y)$ und finden Sie alle kritischen Stellen von f . (6 P.)

(b) Berechnen Sie $\text{Hess} f(x, y)$. (4 P.)

(c) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f und deren Typ. (8 P.)