Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
PD. Dr. Axel Grünrock

SS 2013
16.09.2013

NACHKLAUSUR B ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

Hier sind nur die Antworten "richtig" oder "falsch" oder Enthaltungen möglich.
Bitte auf dem Aufgabenblatt ankreuzen!

(a) Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit einem lokalen Extremum im Nullpunkt, so ist $f'(0) = 0$.

Antwort: richtig ◯ falsch ◯ Enthaltung ◯ (2/1/0 P.)

(b) Jede differenzierbare Funktion $f : (a, b] \to \mathbb{R}$ nimmt ihr Maximum an.

Antwort: richtig ◯ falsch ◯ Enthaltung ◯ (2/1/0 P.)

(c) Ist eine symmetrische Matrix positiv definit, so besitzt sie nur positive Eigenwerte.

Antwort: richtig ◯ falsch ◯ Enthaltung ◯ (2/1/0 P.)

(d) Die Ableitung einer differenzierbaren geraden Funktion ist ungerade.

Antwort: richtig ◯ falsch ◯ Enthaltung ◯ (2/1/0 P.)

(e) Die Funktion $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$, $x \mapsto 7^x$ ist isoelastisch.

Antwort: richtig ◯ falsch ◯ Enthaltung ◯ (2/1/0 P.)

Bitte wenden!

2. Für $x \in (0, \infty)$ sei $f(x) = \dfrac{x}{1+x^3}$.

(a) Berechnen Sie $f'(x)$ und die Elastizität $\varepsilon_f(x)$. (4 P.)

(b) Bestimmen Sie das größte Intervall $I \subset (0, \infty)$, auf dem f elastisch ist. (3 P.)

(c) Bestimmen Sie die größten Teilintervalle von $(0, \infty)$, auf denen f monoton steigend bzw. monoton fallend ist. (2 P.)

(d) Bestimmen Sie das Maximum und das Infimum von f auf $(0, \infty)$. (2 P.)

(e) Berechnen Sie $f''(x)$ und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich. (3 P)

(g) Ermitteln Sie das größte Intervall $I \subset (0, \infty)$, auf dem f degressiv steigt. (4 P.)

3. Für $x \in \mathbb{R}$ sei die spezielle logistische Funktion $f(x) = \dfrac{3+4e^x}{1+e^x}$ gegeben.

(a) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$. (2 P.)

(b) Berechnen Sie $f'(x)$. Welche Konsequenzen ergeben sich hieraus für das Monotonieverhalten und die Existenz lokaler Extrema von f? (4 P.)

(c) Berechnen Sie $f''(x)$ und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich. (2 P.)

(d) Untersuchen Sie, auf welchen Teilintervallen der reellen Achse die Funktion f konvex bzw. konkav ist. (2 P.)

4. Berechnen Sie:

(a) eine Stammfunktion von $f(x) = e^{-x+3}$, (2 P.)

(b) das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_1^\infty \frac{x+1}{x^4} dx$, (3 P.)

(c) den Mittelwert von $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$, (4 P.)

(d) eine Funktion $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ mit der Elastizität $\varepsilon_f(x) = 2x + 1$. (4 P.)

5. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x, y) \longmapsto f(x, y) = xe^{-x^2} - y^2 e^y$.

(a) Berechnen Sie $\nabla f(x, y)$ und finden Sie alle kritischen Stellen von f. (6 P.)

(b) Berechnen Sie $\text{Hess} f(x, y)$. (4 P.)

(c) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f und deren Typ. (8 P.)

(d) Untersuchen Sie, ob f ein globales Minimum besitzt. (2 P.)

Die Klausur gilt mit 32 Punkten als bestanden. Viel Erfolg!