**ÜBUNGEN ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II**

1. (Hier werden nur die Ergebnisse bewertet.) Für $\alpha \in \mathbb{R}$ sei

$$f_\alpha : (0, \infty)^n \rightarrow \mathbb{R}, x = (x_1, \dots, x_n) \mapsto f_\alpha(x) := |x|^\alpha = \left(\sum_{k=1}^n x_k^2 \right)^{\frac{\alpha}{2}}$$

Berechnen Sie

- (a) alle ersten partiellen Ableitungen $\frac{\partial f_\alpha}{\partial x_j}(x)$,
- (b) die partiellen Elastizitäten $\varepsilon_{f_\alpha, x_j}(x)$,
- (c) alle zweiten partiellen Ableitungen $\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial x_i \partial x_j}(x)$.

2. (Hier werden auch die Rechnung und die Begründung bewertet.) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen der Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := |x|^2 e^{-|x|^2}.$$

Untersuchen Sie, ob f *isolierte* Extrema besitzt.

Bitte wenden!

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Gegeben sei die Funktion

$$f : (0, \infty)^3 \rightarrow (0, \infty), \quad (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := x^2y + y^2z + z^2x.$$

Berechnen Sie

- (a) den Gradienten $\nabla f(x, y, z)$,
- (b) die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial \xi}(x, y, z)$ von f nach $\xi = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -2, 1)$, zunächst in einem beliebigen Punkt (x, y, z) und dann speziell in $(x_0, y_0, z_0) = (1, 2, 2)$,
- (c) den Elastizitätgradienten $\vec{\varepsilon}_f(x, y, z)$ und
- (d) die Richtungselastizität $\varepsilon_{f,\eta}(x, y, z)$ bezüglich der Richtung $\eta = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$.

4. (Hier wird auch die Rechnung korrigiert.) Für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sei

$$P(x, y) = \frac{1}{2}x^2 - 4xy + 9y^2 + 3x - 14y + \frac{1}{2}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass P genau eine kritische Stelle (x_0, y_0) besitzt, und bestimmen Sie diese.
- (b) Untersuchen Sie anhand der Hesse-Matrix von P , ob in (x_0, y_0) ein lokales Extremum vorliegt und bestimmen Sie ggf. dessen Typ.

Hinweis: Zur Bearbeitung der Aufgabe 4 benötigen Sie den Stoff der Vorlesung vom 04.07.19.

Abgabe: 09.07.2019, bis 13.00 Uhr

Besprechung: 09./10.07.2019