

**ÜBUNGEN ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II**

1. (Hier werden nur die Ergebnisse bewertet.) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ sowie die partiellen Elastizitäten $\varepsilon_{f,x}(x, y)$ und $\varepsilon_{f,y}(x, y)$ der nachstehenden Funktionen $f : (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $(x, y) \mapsto f(x, y)$:

(a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,

(b) $f(x, y) = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+2y^2)}$.

2. (Hier werden auch die Herleitung bewertet.) Die Abbildung

$$F : (0, \infty)^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x, y, z) \mapsto F(x, y, z)$$

sei definiert durch

$$F(x, y, z) = \left(\frac{1}{y} + \frac{z}{x^2}, \frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}, -\frac{1}{x} - \frac{y}{z^2} \right).$$

Bestimmen Sie eine Funktion $f : (0, \infty)^3 \rightarrow \mathbb{R}$, so dass $\nabla f(x, y, z) = F(x, y, z)$ für alle $(x, y, z) \in (0, \infty)^3$ gilt.

Bitte wenden!

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Gegeben sei die Funktion

$$f : (0, \infty)^3 \rightarrow (0, \infty), \quad (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := x^2y + y^2z + z^2x.$$

Berechnen Sie

- (a) den Gradienten $\nabla f(x, y, z)$,
- (b) die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial \xi}(x, y, z)$ von f nach $\xi = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -2, 1)$, zunächst in einem beliebigen Punkt (x, y, z) und dann speziell in $(x_0, y_0, z_0) = (1, 2, 2)$,
- (c) den Elastizitätgradienten $\vec{\varepsilon}_f(x, y, z)$ und
- (d) die Richtungselastizität $\varepsilon_{f,\eta}(x, y, z)$ bezüglich der Richtung $\eta = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$.

4. (Hier wird auch die Rechnung korrigiert.) Für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sei

$$P(x, y) = \frac{1}{2}x^2 - 4xy + 9y^2 + 3x - 14y + \frac{1}{2}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass P genau eine kritische Stelle (x_0, y_0) besitzt, und bestimmen Sie diese.
- (b) Untersuchen Sie anhand der Hesse-Matrix von P , ob in (x_0, y_0) ein lokales Extremum vorliegt und bestimmen Sie ggf. dessen Typ.

Hinweis: Zur Bearbeitung der Aufgaben 3 (c), 3 (d) und 4 benötigen Sie den Stoff der Vorlesung vom 07.07.22.

Abgabe: 12.07.2022, bis 13.00 Uhr

Besprechung: 12./13.07.2022