

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. (Hier werden nur die Ergebnisse korrigiert.) Eine Konsumfunktion $C : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ beschreibt die Ausgaben (eines Haushaltes oder einer Gruppe von Haushalten) für den Konsum eines Produkts (oder einer Klasse von Produkten) in Abhängigkeit vom Einkommen $x > 0$. Der - gegebenenfalls uneigentliche - Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} C(x)$ wird in diesem Zusammenhang als “Sättigungswert” bezeichnet. Bestimmen Sie die Sättigungswerte und auch die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow 0} C(x)$ für die folgenden Konsumfunktionen:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad C(x) = \frac{40x + 120}{x + 8}, & \text{(b)} \quad C(x) = 60 \exp\left(-\frac{12}{x}\right), \\ \text{(c)} \quad C(x) = \frac{210}{0,1 + 2 \exp(-2x)}, & \text{(d)} \quad C(x) = \frac{x \exp(x)}{30x + 5}. \end{array}$$

2. (Hier werden auch die Rechnungen/Begründungen bewertet.) Bestimmen Sie diejenigen Stellen $x \in \mathbb{R}$, an denen die nachstehenden Funktionen *nicht* definiert sind, und untersuchen Sie, ob man f an diesen Stellen so definieren kann, dass eine stetige Funktion \tilde{f} auf ganz \mathbb{R} entsteht:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}, & \text{(b)} \quad f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{(x - 3)^2}, \\ \text{(c)} \quad f(x) = \frac{1}{2 - \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)}, & \text{(d)} \quad f(x) = \exp\left(-\frac{1}{x}\right). \end{array}$$

Hinweis zu (b): Polynomdivision.

Bitte wenden!

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, indem Sie *nur* die Definition der Ableitung aber *keine* “Rechenregeln für Ableitungen” verwenden:

(a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$,

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

Hinweis zu (a): Dritte binomische Formel. Hinweis zu (b): Nach der geometrischen Summenformel ist $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$. Jetzt $a = \sqrt[3]{x+h}$ und $b = \sqrt[3]{x}$.

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

(a) Sind $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvex, so ist auch $f + g : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvex.

(b) Sind $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvex, so ist auch $fg : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvex.

(c) Sind $g : J \rightarrow I$ konvex und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ monoton steigend und konvex, so ist $f \circ g : J \rightarrow \mathbb{R}$ konvex.

(d) Sind $g : J \rightarrow I$ konvex und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ monoton steigend und konvex, so ist $f \circ g : J \rightarrow \mathbb{R}$ monoton steigend.

Abgabe: 24.05.2022, bis 13.00 Uhr

Besprechung: 24./25.05.2022