Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2022
30.05.2022
Blatt 6

ÜBUNGEN ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. (Hier werden nur die Ergebnisse korrigiert.) Berechnen Sie für die folgenden Funktionen $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ die Elastizität $\varepsilon_f(x)$. Bestimmen Sie möglichst große Teilintervalle von $(0, \infty)$, auf denen f elastisch bzw. unelastisch ist.

(a) $f(x) = e^{-3x}$,

(b) $f(x) = \dfrac{4 + 3e^{2x}}{1 + e^{2x}}$,

(c) $f(x) = xe^x$,

(d) $f(x) = e^{-\frac{1}{2x}}$.

2. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Es seien $I, J \subset (0, \infty)$ Intervalle und $f : I \to J$ bijektiv und differenzierbar mit ebenfalls differenzierbarer Umkehrfunktion $f^{-1} : J \to I$. Verifizieren Sie die Identität

$$\varepsilon_{f^{-1}}(x) = \frac{1}{\varepsilon_f(f^{-1}(x))}.$$

Welche Folgerung ergibt sich hieraus für f^{-1}, wenn f auf I

(a) elastisch,

(b) ausgeglichen elastisch,

(c) unelastisch, aber nicht total unelastisch ist?

Bitte wenden!

3. (Hier werden auch die Rechnungen bewertet.) Eine mikroökonomische Konsumfunktion habe die Gestalt

$$C_a : (0, \infty) \to (0, \infty),\ x \longmapsto C_a(x) = \frac{c}{1 + ae^{-x}}$$

mit reellen Parametern $c > 0$ und $a \in (0, 1)$. Hierbei gibt x das Einkommen und $C_a(x)$ die Ausgaben eines Haushalts an.

(a) Berechnen und interpretieren Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \to 0} C_a(x), \qquad \lim_{x \to \infty} C_a(x), \qquad \lim_{a \to 0} C_a(x).$$

(b) Zeigen Sie, dass die Konsumfunktion C_a unabhängig von den Parametern $a \in (0, 1)$ und $c > 0$ auf dem gesamten Intervall $(0, \infty)$ unelastisch ist.

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Hierbei sei stets $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ differenzierbar.

(a) Ist f im gesamten Definitionsbereich ausgeglichen elastisch, so ist f linear.

(b) Ist f linear, so ist f auf $(0, \infty)$ ausgeglichen elastisch.

(c) Ist f im gesamten Definitionsbereich total unelastisch, so ist f konstant.

(d) Ist f isoelastisch, so gibt es Konstanten $c > 0$ und $r \in \mathbb{R}$, so dass für alle $x > 0$ gilt $f(x) = cx^r$.

Abgabe: 07.06.2022, bis 13.00 Uhr
Besprechung: 07./08.06.2022