

Präsenzblatt 6

Präsenzaufgabe 6.1

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz für $n \rightarrow \infty$ und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

$$(i) a_n := \frac{2^n + (-3)^n}{(-2)^n + 3^n}, \quad (ii) a_n := \frac{n^2}{n^2 + 2n + 2}.$$

Präsenzaufgabe 6.2

Seien $a \in (0, \infty)$, $x_1 \in \mathbb{R}$ und $0 < x_1 < 1/a$. Zeigen Sie, dass die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, welche rekursiv durch $x_{n+1} = 2x_n - ax_n^2$ für $n \in \mathbb{N}$ gegeben ist, konvergiert. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Hinweis: Untersuchen Sie die Folge zuerst auf Monotonie.

Präsenzaufgabe 6.3

Seien $(z_k)_{k \in \mathbb{N}}, (w_k)_{k \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ mit $w_k \neq 0$ für alle $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Aussagen

$$(i) \lim_{k \rightarrow \infty} (z_k - w_k) = 0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{z_k}{w_k} = 1,$$

$$(ii) \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{z_k}{w_k} = 1 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} (z_k - w_k) = 0$$

falsch sind. Unter welchen Voraussetzungen an $(w_k)_{k \in \mathbb{N}}$ sind diese Aussagen wahr?

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen vom Dienstag, den 22. November bis Donnerstag, den 24. November 2022 bearbeitet.