

Präsenzblatt 8

Präsenzaufgabe 8.1

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^2 + 1}$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{2k+3}}$

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k+1}}{5 \cdot 3^k}$

(e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^k}{k^k}$

(f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{4^k + 3}$

Präsenzaufgabe 8.2

Sei $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ gegeben als

$$a_k := \begin{cases} 2^{-k}, & \text{falls } k \text{ ungerade,} \\ 3^{-k}, & \text{falls } k \text{ gerade,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}.$$

Bestimmen Sie

$$\liminf_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{k+1}}{a_k} \right|, \quad \limsup_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{k+1}}{a_k} \right| \quad \text{und} \quad \limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|}.$$

Zeigen Sie, dass mit Hilfe des Quotientenkriteriums (Satz 3.38) nicht entschieden werden kann, ob die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergiert oder divergiert. Entscheiden Sie mit Hilfe des Wurzelkriteriums (Satz 3.37), ob die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergiert oder divergiert.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen vom Dienstag, den 06. Dezember bis Donnerstag, den 08. Dezember 2022 bearbeitet.