

Präsenzblatt 9

Präsenzaufgabe 9.1

Die alternierende harmonische Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ konvergiert gegen ein $s \in \mathbb{R}$. Finden Sie eine Umordnung dieser Reihe, welche gegen $s/2$ konvergiert.

Hinweis: Gehen Sie wie folgt vor:

$$\underbrace{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}}_{=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}}_{=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})} + \dots$$

Präsenzaufgabe 9.2

Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

$$(i) \sum_{k=0}^{\infty} 3^{\sqrt{k}} x^k, \quad (ii) \sum_{k=0}^{\infty} (2 + 4(-1)^k)^{-k} x^k, \quad (iii) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^k + e^{-k}}{2} x^k.$$

Präsenzaufgabe 9.3

Beweisen Sie Korollar 3.66 der Vorlesung:

Sei $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit Konvergenzradius $r > 0$. Dann ist f gerade, d.h. $f(-x) = f(x)$, genau dann, wenn $a_1 = a_3 = a_5 = \dots = 0$ gilt.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen vom Dienstag, den 13. Dezember bis Donnerstag, den 15. Dezember 2022 bearbeitet.