Analysis I
Prof. Dr. Jürgen Saal
Christiane Bui
Christian Gesse

WS 2022/23

Präsenzblatt 10

Präsenzaufgabe 10.1

Beweisen Sie Lemma 4.9 der Vorlesung:
Sei $M \subset \mathbb{R}$. Genau dann ist $a \in \mathbb{R}$ Häufungspunkt von M, wenn eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset M \setminus \{a\}$ existiert mit $a_n \to a$ für $n \to \infty$.

Präsenzaufgabe 10.2

Sind folgende Mengensysteme $\mathscr{A}$ jeweils eine offene Überdeckung von $M := \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$? Falls ja, existiert eine endliche Teilüberdeckung? Begründen sie Ihre Aussagen.

(i) $\mathscr{A} := \{B(x, x/2) : \ x > 0\}$,

(ii) $\mathscr{A} := \{B(x, 1/2) : \ x > 0\}$.

Präsenzaufgabe 10.3

(i) Zeigen Sie mit Hilfe des ε-δ-Kriteriums, dass $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto |x|$ stetig ist.

(ii) Bestimmen Sie den Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ derart, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} 2\alpha x & : x \geq 1, \\ x^2 + \alpha^2 & : x < 1 \end{cases}$$

stetig ist.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen vom Dienstag, den 20. Dezember bis Donnerstag, den 22. Dezember 2022 bearbeitet.