

Präsenzblatt 11

Präsenzaufgabe 11.1

Betrachten Sie die Funktion $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben als $f(x) = \cos(x^2)$ für $x \geq 0$.

- (i) Zeigen Sie, dass f stetig ist.
- (ii) Zeigen Sie, dass f auf jedem Intervall $[0, a)$ mit $0 < a < \infty$ gleichmäßig stetig ist.
- (iii) Zeigen Sie, dass f auf dem Intervall $[0, \infty)$ nicht gleichmäßig stetig ist.

Präsenzaufgabe 11.2

Untersuchen die folgenden Funktionenfolgen auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz:

- (i) $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_n(x) := \frac{x}{1+nx}$,
- (ii) $f_n : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_n(x) := \sqrt[n]{n^2 x^3}$.

Präsenzaufgabe 11.3

Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $-\infty < a < b < \infty$ stetig. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (i) f ist injektiv;
- (ii) f ist streng monoton.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen vom Dienstag, den 10. Januar
bis Donnerstag, den 12. Januar 2023 bearbeitet.