Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1

Sei $n \in \mathbb{N}$. Betrachten Sie das n-dimensionale System von (gewöhnlichen) Differentialgleichungen

$$x'(t) = \varphi(\|x(t)\|_{\mathbb{R}^n})x(t) \tag{1}$$

mit $\varphi \in C^1([0,\infty),\mathbb{R})$.

(a) Bestimmen Sie alle Equilibria von (1).

(b) Charakterisieren Sie normal stabil und normal hyperbolisch für (1).

Aufgabe 11.2

Sei A_0 die Linearisierung um ein normal hyperbolisches Equilibrium wie im Skript, Abschnitt 3.2 angegeben. Betrachten Sie den instabilen Anteil

$$\sigma_u := \sigma(A_0) \cap \mathbb{C}_-$$

des Spektrums von A_0 und die zugehörige spektrale Projektion

$$P^u := \frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma_u} (z - A_0)^{-1} dz : X_0 \to X_0$$

für einen Weg $\Gamma_u \subset \rho(A_0)$, der σ_u umschließt. Zeigen Sie, dass $P^u \in \mathscr{L}(X_0)$ eine Projektion auf X_0 ist. Zeigen Sie für

$$A_u := \frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma_u} z(z - A_0)^{-1} dz,$$

dass $A_u = A_0|_{X_1^u}$ und dass $\sigma_u = \sigma(A_u)$.

Das Blatt wird in der Übung am Freitag, den 21. Januar 2022 um 14.30 Uhr besprochen.