

# Übungsblatt 1

Analysis II, SoSe 2018

Prof. Dr. Jürgen Saal, Dr. Matthias Köhne

Ausgabe: Di., 10.04.2018, Abgabe: Di., 17.04.2018



**B Aufgabe 1:** (Bestimmte Integrale, 3 Punkte)

Berechnen Sie für  $a > 1$  und  $m \in \mathbb{Z}$  das folgende Integral:

$$\int_1^a x^m dx$$

**B Aufgabe 2:** (Unbestimmte Integrale, 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(i) \int e^x \sin(x) dx \quad (ii) \int x^2 \log|x| dx \quad (iii) \int \frac{2x}{\tan(x^2)} dx \quad (iv) \int \sqrt{2x+3} dx$$

**B Aufgabe 3:** (Mittelwertsatz der Integralrechnung, 2 + 4 Punkte)

a) Seien  $n \in \mathbb{N}$  und  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass die Gleichung  $\sum_{k=1}^n a_k \cos(kx) = 0$  mindestens eine Lösung  $x \in (0, \pi)$  besitzt.

b) Zeigen Sie, dass

$$(i) 0 \leq \int_0^1 x^{39} \sin^8(x) dx \leq \frac{1}{40} \quad (ii) 0 \leq \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5(x)}{\sqrt{1+x^2}} dx \leq \operatorname{arsinh}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

**Aufgabe 4:** (Abbildungen und Verkettungen)

Seien  $f, g \in R(I)$ .

a) Zeigen Sie (mit Hilfe des Riemann'schen Integrierbarkeitskriteriums), dass  $f \cdot g \in R(I)$ .

b) Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass i. A.  $\int_a^b f \cdot g dx \neq \int_a^b f dx \cdot \int_a^b g dx$ .