

Analysis I

Wintersemester 2025/2026

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Übungsblatt 14

Ausgabe: Fr., 30.01.2026, 14:00 Uhr
Besprechung: Fr., 06.02.2026 im Tutorium

Aufgabe 14.1: (Minimum und Maximum)

Sei $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben als $f(x) := (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$ für $-1 \leq x \leq 2$. Bestimmen Sie $\min_{x \in [-1, 2]} f(x)$ und $\max_{x \in [-1, 2]} f(x)$.

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, warum das gesuchte Minimum und das gesuchte Maximum existieren. Weiterhin können Sie (ohne Beweis) verwenden, dass $5e > 11$ ist.

Aufgabe 14.2: (Mittelwertsatz)

Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung die folgenden Abschätzungen:

- (a) Für alle $x > 0$ ist $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}$.
- (b) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x < y$ ist $e^x(y-x) < e^y - e^x < e^y(y-x)$.