

# Analysis I

## Wintersemester 2025/2026

### Übungsblatt 14

Mathematisches Institut  
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf  
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Ausgabe: Fr., 30.01.2026, 14:00 Uhr  
Besprechung: Fr., 06.02.2026 im Tutorium

#### Aufgabe 14.1: (Minimum und Maximum)

Sei  $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben als  $f(x) := (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$  für  $-1 \leq x \leq 2$ . Bestimmen Sie  $\min_{x \in [-1, 2]} f(x)$  und  $\max_{x \in [-1, 2]} f(x)$ .

*Hinweis: Überlegen Sie zunächst, warum das gesuchte Minimum und das gesuchte Maximum existieren. Weiterhin können Sie (ohne Beweis) verwenden, dass  $5e > 11$  ist.*

#### Aufgabe 14.2: (Mittelwertsatz)

Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung die folgenden Abschätzungen:

- Für alle  $x > 0$  ist  $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}$ .
- Für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  mit  $x < y$  ist  $e^x(y-x) < e^y - e^x < e^y(y-x)$ .