

Präsenzblatt 3

Präsenzaufgabe 3.1

Berechnen Sie die folgenden eigentlichen Riemann Integrale:

$$(a) \int_0^1 (x-1)^2 dx \quad (b) \int_0^2 x^2 \exp(x) dx \quad (c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)e^x dx$$

Präsenzaufgabe 3.2

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$x \mapsto f(x) := x^{-\alpha}.$$

Zeigen Sie:

(a) $f|_{[1, \infty)} : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ist uneigentlich Riemann-integrierbar $\iff \alpha > 1$.

In diesem Fall ist

$$\int_1^{\infty} f|_{[1, \infty)}(x) dx = \int_1^{\infty} x^{-\alpha} dx = \frac{1}{\alpha-1} > 0.$$

(b) $f|_{(0, 1]} : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ist uneigentlich Riemann-integrierbar $\iff \alpha < 1$.

In diesem Fall ist

$$\int_0^1 f|_{(0, 1]}(x) dx = \int_0^1 x^{-\alpha} dx = \frac{1}{1-\alpha} > 0.$$

(c) f ist für kein $\alpha \in \mathbb{R}$ auf $(0, \infty)$ uneigentlich Riemann-integrierbar.

Die Aufgaben werden in den Präsenzübungsgruppen am Mittwoch, den 29. April 2026 und Donnerstag, den 30. April 2026 bearbeitet.