

Präsenzblatt 4

Präsenzaufgabe 4.1

- (a) Zeigen Sie, dass folgendes uneigentliche Riemann-Integral **nicht** existiert

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(x)}{x^2} dx.$$

- (b) Zeigen Sie, dass folgendes uneigentliche Riemann-Integral existiert

$$\int_0^{\infty} \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) dx.$$

Hinweis: Verwenden Sie das Cauchy-Kriterium (Ex. 5.18) sowie die Substitution $\varphi(x) = \frac{1}{x}$ und die Ungleichung $\left|\frac{\sin(x)}{x}\right| \leq 1$ für alle $\forall x \in \mathbb{R}$.

Präsenzaufgabe 4.2

Skizzieren Sie die Einheitskugel $\|\cdot\|_p - B_1(0)$ in \mathbb{R}^2 für $p \in \{1, 2, \infty\}$.

Präsenzaufgabe 4.3

Zeigen Sie, dass $\mu : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ gegeben durch

$$\mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto \mu(x, y) := |\arctan(x) - \arctan(y)|,$$

eine Metrik auf \mathbb{R} definiert.

Die Aufgaben werden in den Präsenzübungsgruppen am Mittwoch, den 6. Mai 2026 und Donnerstag, den 7. Mai 2026 bearbeitet.