

## Präsenzblatt 7

### Präsenzaufgabe 7.1

Sei  $(X, \mu)$  ein metrischer Raum,  $n \in \mathbb{N}$ , und  $x_1, \dots, x_n \in X$  paarweise verschieden. Zeigen Sie durch Nachrechnen der Definition, dass die Menge  $A := \{x_1, \dots, x_n\}$  kompakt ist.

### Präsenzaufgabe 7.2

Sei  $(X, \mu)$  ein metrischer Raum und  $A, B \subseteq X$  folgenkompakt. Zeigen Sie, dass  $A \cup B$  wieder folgenkompakt ist.

### Präsenzaufgabe 7.3

Entscheiden Sie welche der folgenden Mengen  $A_1, A_2, A_3, A_4 \subseteq \mathbb{R}^2$  kompakt sind:

(a)

$$A_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 \leq 16\}$$

(b)

$$A_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 - y^4 \leq 16\}$$

(c)

$$A_3 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0 \text{ und } x + y \leq 1\}$$

(d)

$$A_4 := \left\{ \left( 1 + \frac{1}{x+1} \right) \cdot \begin{pmatrix} \cos(x) \\ \sin(x) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, \infty) \right\}$$

Die Aufgaben werden in den Präsenzübungsgruppen am Mittwoch, den 27. Mai 2026 und Donnerstag, den 28. Mai 2026 bearbeitet.