Analysis II
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne
Daniel Curkovic
Bertold Nöckel
Jascha Wolter

Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Sommersemester 2026

Präsenzblatt 11

Präsenzaufgabe 11.1

Gegeben Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$(u, v, w) \mapsto f(u, v, w) := \sin(u + v \cdot w).$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom

$$\mathbb{R}^3 \ni y \mapsto T_{2,x} f(y) := \sum_{|\alpha| \leq 2} \frac{1}{\alpha!} \partial^\alpha f(x) \cdot (y - x)^\alpha$$

zweiten Grades um den Punkt $x = \left(-\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{1}{2} \right) \in \mathbb{R}^3$.

Präsenzaufgabe 11.2

Für $d_1, \ldots, d_n \in \mathbb{R}$ setze

$$D := \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & d_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \ldots & 0 & d_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

und betrachte die Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$\mathbb{R}^n \ni x \mapsto f(x) := x^\top D x.$$

Berechnen Sie

(a) $f'(x)$ für $x \in \mathbb{R}^n$.

(b) die Hessematrix $H_f(x)$ für $x \in \mathbb{R}^n$.

(c) das Taylorpolynom zweiten Grades von f um den Punkt x.

Überlegen Sie sich wie die Definitheit der Hessematrix $H_f(x)$ hier Aussagen über lokale Extrema zulässt.

Präsenzaufgabe 11.3

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$(x, y) \mapsto f(x, y) := x^3 + y^3 + 3xy.$$

Die Aufgaben werden in den Präsenzübungsgruppen am Mittwoch, den 24. Juni 2026 und Donnerstag, den 25. Juni 2026 bearbeitet.