

Präsenzblatt 12

Präsenzaufgabe 12.1

Berechnen Sie den minimalen Wert von $x^2 + y^2 + z^2$ für $x, y, z \in \mathbb{R}$ unter den Nebenbedingungen $x + y = 1$ sowie $y + z = 1$.

Präsenzaufgabe 12.2

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := z^2 + x \cos(y) - e^{-xz}.$$

Zeigen Sie, dass die Gleichung $f(x, y, z) = 0$ in einer offenen Umgebung von $(1, 0, 0)$ nach x als Funktion von y und z aufgelöst werden kann, d.h. es existieren offene Umgebungen $U \subseteq \mathbb{R}$ und $V \subseteq \mathbb{R}^2$ von 1 und $(0, 0)$ und eine stetig differenzierbare Funktion $\phi : V \rightarrow U$ mit

$$\left\{ (x, y, z) \in U \times V : f(x, y, z) = 0 \right\} = \left\{ (\phi(y, z), y, z) : (y, z) \in V \right\}.$$

Berechnen Sie weiterhin $\phi'(0, 0)$.

Präsenzaufgabe 12.3

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben definiert durch

$$(x, y) \mapsto f(x, y) := (e^x - e^y, e^{x+y} - 1).$$

Zeigen Sie, dass offene Umgebungen $U, V \subseteq \mathbb{R}^2$ von $(0, 0)$ und $f(0, 0)$ existieren, sodass $f|_U : U \rightarrow V$ ein Diffeomorphismus ist. Berechnen Sie zudem $(f^{-1})'(0, 0)$.

Die Aufgaben werden in den Präsenzübungsgruppen am Mittwoch, den 1. Juli 2026 und Donnerstag, den 2. Juli 2026 bearbeitet.