

# Analysis II

## Sommersemester 2026

### Übungsblatt 3

Mathematisches Institut  
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf  
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Ausgabe: Di., 28.04.2026, 14:00 Uhr  
Abgabe: Di., 05.05.2026, 18:00 Uhr  
Besprechung: Mi., 06.05.2026 bzw. Do., 07.05.2026

ⓑ **Aufgabe 3.1:** (Stammfunktionen, 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 Punkte)  
Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion:

- (a)  $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \frac{x}{(x-1)^2}$  für  $x > 1$ .
- (b)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $g(x) := \arctan(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ .
- (c)  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x) := \sin(x) \cos(2x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ .
- (d)  $u : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $u(x) := x^2 \log(x)$  für  $x > 0$ .
- (e)  $v : (0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $v(x) := \frac{2x}{\tan(x^2)}$  für  $0 < x < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ .
- (f)  $w : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $w(x) := \sqrt{2x+3}$  für  $x > 0$ .

**Aufgabe 3.2:** (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)  
Entscheiden Sie, ob der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x x \exp(y^2 - x^2) dy$$

existiert und bestimmen Sie ihn gegebenenfalls.

*Hinweis: Verwenden Sie die Regel von de l'Hospital; denken Sie dabei an den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.*

ⓑ **Aufgabe 3.3:** (Uneigentliche Riemann-Integrale, 2 + 2 Punkte)  
Bestimmen Sie die folgenden uneigentlichen Riemann-Integrale:

(a)  $\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos(\beta x) dx$  mit  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ ,

(b)  $\int_0^1 \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

ⓑ **Aufgabe 3.4:** (Uneigentliche Riemann-Integrale, 2 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: *Falls der Grenzwert  $\lim_{r \rightarrow \infty} \int_{-r}^r f(x) dx$  existiert, so ist  $f$  uneigentlich Riemann-integrierbar auf  $\mathbb{R}$ .*