Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

WS 2003/2004
04.02.2004
Blatt 1

Übungen zu Analysis II

1. Man untersuche die Funktionenfolge $(f_n)_{n\in N}$ auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz:

   (a) (1P) $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit $f_n(x) = nx^n(1-x)$,

   (b) (1P) $f_n : R \to \mathbb{R}$ mit $f_n(x) = x/(1+nx^2)$.

2. (1P) Man berechne $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$.

3. (3P) Sei E der Vektorraum der auf [0,1] stetig differenzierbaren Funktionen. Die Abbildungen $\sigma_0,\ \sigma_1 : E \to \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$\sigma_0(f) = \sup\{\mid f(x) \mid : \quad x \in [0,1]\},$$

$$\sigma_1(f) = \sup\{\mid f'(x) \mid : \ x \in [0,1]\}.$$

   Ist σ_1 oder $\sigma_0 + \sigma_1$ eine Norm auf E?

4. (4P) Sei $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

   (a) $f(x,y) = \frac{x\ y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

   (b) $f(x,y) = \frac{x\ y}{x^2+y^2}$.

   Man zeige, daß $(0,0) \in R^2$ ein Berührungspunkt von $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ ist und untersuche, ob

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f\ (x,y)$$

   existiert.

Abgabe: Mittwoch, 21.04.2004, 9.30 Uhr