Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
PROF. DR. H. RATSCHEK

SS 2004
30.06.2004
Blatt 10

Übungen zu Analysis II

35. (2P) Sei $\lambda : R^n \to R^n$ linear, $\mathrm{id} : R^n \to R^n$ die identische Abbildung und $b \in R^n$. Hinsichtlich der Operatornorm gelte $|\lambda - \mathrm{id}\,| < 1$. Man zeige, daß das lineare Gleichungssystem $\lambda\, x = b$ genau eine Lösung besitzt und daß die Folge (x_n) gegen jene konvergiert, wenn $x_0 \in R^n$ und $x_{n+1} = (\mathrm{id} - \lambda)\, x_n + b$ für $n \in N$ ist.

36. (2P) Eine Transformation von Polarkoordinaten (r, φ, ϑ) in

    kartesische Koordinaten kann durch

$$\begin{aligned} x &= r \cos\varphi \cos\vartheta \\ y &= r \sin\varphi \cos\vartheta \\ z &= r \sin\vartheta \end{aligned}$$

    beschrieben werden. Geben Sie einen maximalen Bereich an, in dem die Transformation bijektiv ist und einen, in dem sie global C^1-invertierbar ist.

37. (1P) Man untersuche das lokale Invertierungsverhalten der folgenden Funktionen und gebe im Falle (b) explizite Formeln für die Inversen an:

    (a) $f(x, y) = (x + y,\ 2xy^2)$

    (b) $f(x, y) = (x^2,\ y/x)$.

38. (3P) Sei $f(x, y, z, u) = (xyz - 2yz + xu,\ 2xy - y^2 - u^2)$. Man zeige, daß es in einer Umgebung von $a = (1, 1)$ zwei verschiedene C^1-Funktionen g_1 und g_2 mit $f(x, y, g_i(x, y)) \equiv 0$ $(i = 1, 2)$ gibt. Man bestimme $g_1(a)$, $g_2(a)$, $J_{g_1}(a)$ und $J_{g_2}(a)$.

Abgabe: Mittwoch, 05.07.2004, 9.30 Uhr