Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2004
09.06.2004
Blatt 7

Übungen zu Analysis II

23. (2P) Eine Regelfunktion kann höchstens abzählbar viel Unstetigkeitsstellen haben.

24. (3P) Sind die folgenden Funktionen Regelfunktionen auf $[-1,1]$?

   (a) $f(x) = \begin{cases} 1 + x\cos(1/x^2) & \text{für } x > 0 \\ (1-x)\sin x & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$

   (b) $f(x) = \begin{cases} x & \text{wenn } 1/x \in \mathbb{N}, \\ x^2 & \text{wenn } -1/x \in \mathbb{N}, \\ tg\, x & \text{andernfalls} \end{cases}$

   (c) Funktionen, die als Grenzfunktion einer Folge stetiger Funktionen hinsichtlich punktweiser Konvergenz darstellbar sind.

25. (2P) Monotone Funktionen auf kompakten Intervallen sind Regelfunktionen.

26. (4P) Sei $a > 0$, $F_1 = (-a, 0)$ und $F_2 = (a, 0)$. Für einen Punkt $x \in R^2$ sei $d_i(x)$ der (euklidische) Abstand von x zu F_i $(i = 1, 2)$. Eine Lemniskate ist definiert als die Menge der Punkte $x \in R^2$, für die $d_1(x)d_2(x) = a^2$ ist. In der rechten Halbebene $(x_1 \geq 0)$ ist die Lemniskate eine einfache, geschlossene Kurve. Man bestimme den Flächeninhalt der von dieser Kurve umrandeten Fläche.

Abgabe: Mittwoch, 16.06.2004, 9.30 Uhr