Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
PROF. DR. H. RATSCHEK

WS 2004/2005
08.12.2004
Blatt 9

Übungen zu Analysis III

33. (2P) Seien $f_n \geq 0,\ n \in \mathbb{N}$, meßbare Funktionen und $(f_n) \searrow f$. Ferner existiere ein $k \in \mathbb{N}$, so daß $\int f_k < \infty$ ist. Man zeige, daß

    (a) $\displaystyle\int f_n \to \int f$,

    (b) auf die Voraussetzung $\displaystyle\int f_k < \infty$ nicht verzichtet werden kann.

34. (2P) Man berechne das Volumen jenes Körpers im $\mathbb{R}^3$, der durch die Paraboloidfläche $x^2 + y^2 + z = 1, z \geq 0$, und die Ebene $z = 0$ begrenzt wird.

35. (3P) Sei $f : \mathbb{R}^{k+m} \to \overline{\mathbb{R}}$ meßbar. Für $x \in \mathbb{R}^k$ sei $f_x : \mathbb{R}^m \to \overline{\mathbb{R}}$ durch $f_x(y) = f(x, y)$ definiert. Dann ist f genau dann integrierbar, wenn

    $$\int\limits_{\mathbb{R}^k} \left[\int\limits_{\mathbb{R}^m} |f_x(y)| dy \right] dx < \infty$$

    ist.

36. (2P) Bestimmen Sie das Volumen der n-dimensionalen Vollkugel mit Radius r.

Abgabe: Mittwoch, 15.12.2004, 9.30 Uhr

Mit diesem Übungsblatt beginnen die Übungen zum Teil 2 der Analysis III-Vorlesung im Wahlpflicht-Modul "Höhere Analysis" des Bachelor-Studienganges in Mathematik.