

Computer-gestützte Beweisführung Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Seien a und f Konstanten. Nutzen Sie unsere Konventionen zur Notation von λ -Termen, um die folgenden Terme mit so wenig Klammern und λ s wie möglich zu schreiben:

- (a) $(\lambda x. (x (\lambda u. (((u x) x) a))))$
- (b) $(f (\lambda x. (\lambda y. (\lambda z. (y y)) (((x z) a))))$

Aufgabe 2. Welche der folgenden Terme sind α -äquivalent zu $\lambda x. (\lambda x. x) x$?

- (a) $\lambda x. (\lambda y. y) x$
- (b) $\lambda y. (\lambda x. y) y$
- (c) $\lambda y. (\lambda x. x) y$
- (d) $\lambda x. x$

Aufgabe 3. Konstruieren Sie jeweils einen λ -term t , sodass

- (a) $t \equiv t t$
- (b) $t t \equiv t t t$

Aufgabe 4. Die Church-Booleans sind eine Kodierung der Booleans *true* und *false*. Wir bezeichnen im Folgenden den λ -Term $\lambda x y. x$ als *true* und den λ -Term $\lambda x y. y$ als *false*. Geben Sie λ -Terme an, die die folgenden Booleschen Operationen kodieren:

- (a) *Nicht.* Gesucht ist also ein λ -Term t , sodass $t \text{ true} \equiv \text{false}$ und $t \text{ false} \equiv \text{true}$.
- (b) *Und.* Gesucht ist also ein λ -Term t , sodass $t \text{ true true} \equiv \text{true}$, $t \text{ true false} \equiv \text{false}$, $t \text{ false true} \equiv \text{false}$ und $t \text{ false false} \equiv \text{false}$.

Aufgabe 5.

- (a) Zeigen Sie, dass für den λ -Term $Y = \lambda y. (\lambda x. y (x x)) (\lambda x. y (x x))$ und für jeden beliebigen λ -Term t gilt, dass $t (Y t) \equiv Y t$.
- (b) Geben Sie einen λ -term s an, sodass $s \equiv \lambda x. x s x$. (Tipp: Verwenden Sie $s = Y t$ für einen geeigneten λ -Term t und den λ -Term Y aus Teil (a))

Abgabe: 24. Oktober 2023, bis 16.30 Uhr auf Ilias
(Oder bei technischen Problemen per Email an jon.eugster@hhu.de)
Abgabe zu zweit ist erlaubt.