

Computer-gestützte Beweisführung Übungsblatt 11

Für die folgenden Aufgaben verwenden wir folgende syntaktische und semantische Regeln:

GN \rightarrow Schlumpf	$\llbracket \mathbf{GN} \rrbracket := (\text{schlumpf} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
GN \rightarrow Geschenk	$\llbracket \mathbf{GN} \rrbracket := (\text{geschenk} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
EN \rightarrow Sofia	$\llbracket \mathbf{EN} \rrbracket := (\text{sofia} : \text{Entität})$
IV \rightarrow lacht	$\llbracket \mathbf{IV} \rrbracket := (\text{lacht} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
IV \rightarrow stinkt	$\llbracket \mathbf{IV} \rrbracket := (\text{stinkt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
TV \rightarrow versteckt	$\llbracket \mathbf{TV} \rrbracket := (\text{versteckt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
TV \rightarrow umarmt	$\llbracket \mathbf{TV} \rrbracket := (\text{umarmt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
P \rightarrow mit	$\llbracket \mathbf{P} \rrbracket := (\text{hat} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
Det \rightarrow kein	$\llbracket \mathbf{Det} \rrbracket := \lambda(p\ q : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop}). \neg \exists x. p\ x \wedge q\ x$
Det \rightarrow ein	$\llbracket \mathbf{Det} \rrbracket := \lambda(p\ q : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop}). \exists x. p\ x \wedge q\ x$
S \rightarrow NP VP	$\llbracket \mathbf{S} \rrbracket := \llbracket \mathbf{NP} \rrbracket \llbracket \mathbf{VP} \rrbracket$
NP \rightarrow Det GNP	$\llbracket \mathbf{NP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{Det} \rrbracket \llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket$
GNP \rightarrow GN	$\llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{GN} \rrbracket$
GNP \rightarrow GNP PP	$\llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket := (\lambda x. \llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket\ x \wedge \llbracket \mathbf{PP} \rrbracket\ x)$
PP \rightarrow P NP	$\llbracket \mathbf{PP} \rrbracket := \lambda x. \llbracket \mathbf{NP} \rrbracket (\lambda y. \llbracket \mathbf{P} \rrbracket\ x\ y)$
VP \rightarrow IV	$\llbracket \mathbf{VP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{IV} \rrbracket$

Statt der Regel „**NP** \rightarrow **Det GN**“ aus der Vorlesung schalten wir hier Gattungsnamen-Phrasen (**GNP**) dazwischen, um die Verwendung von Propositionen wie z.B. „mit“ zu erlauben.

Aufgabe 1.

- (a) Geben Sie einen Syntaxbaum für „ein Schlumpf stinkt“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von $\llbracket \text{ein Schlumpf stinkt} \rrbracket$ an (in β -reduzierter Form).

- (b) Geben Sie einen Syntaxbaum für den Satz „Kein Schlumpf mit einem Geschenk lacht“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von \llbracket kein Schlumpf mit einem Geschenk lacht \rrbracket an (in β -reduzierter Form). Behandeln sie hierbei „einem“ als identisch mit „ein“.

Aufgabe 2.

- (a) Erweitern Sie das System um sinnvolle syntaktische und semantische Regeln, sodass der Satz „Sofia umarmt keinen Schlumpf“ die Bedeutung

$$\neg \exists x. \text{ schlumpf } x \wedge \text{ umarmt sofia } x$$

erhält. Behandeln Sie hierbei „keinen“ als identisch mit „kein“.

- (b) Geben Sie einen Syntaxbaum für „Sofia umarmt keinen Schlumpf“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von \llbracket Sofia umarmt keinen Schlumpf \rrbracket an (in β -reduzierter Form). Achtung: Da „Sofia“ sowohl ein **EN** als auch eine **NP** ist, müssen wir \llbracket Sofia (**EN**) \rrbracket und \llbracket Sofia (**NP**) \rrbracket anstelle von \llbracket Sofia \rrbracket schreiben, um die beiden unterscheiden zu können.

Aufgabe 3. Wir fügen den Determinierer „jeder“ hinzu:

$$\mathbf{Det} \rightarrow \text{jeder}$$

- (a) Geben Sie eine passende Semantik von „jeder“ an, sodass der Satz „jeder Schlumpf lacht“ die Bedeutung $\forall x. \text{ schlumpf } x \rightarrow \text{ lacht } x$ erhält.
- (b) Wir fügen folgende Regel hinzu:

$$\mathbf{NP} \rightarrow \text{es}$$

Geben Sie einen Syntaxbaum für „jeder Schlumpf mit einem Geschenk versteckt es“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von \llbracket jeder Schlumpf mit einem Geschenk versteckt es \rrbracket an (in β -reduzierter Form). Lassen Sie hierbei die Berechnung von \llbracket es \rrbracket zunächst offen. Sie benötigen die Regeln, die Sie in Aufgabe 2 hinzugefügt haben.

- (c) Schreiben Sie den Implikationspfeil in dem Ergebnis aus b) mithilfe der Π -Notation. Geben Sie nun einen passenden Wert für \llbracket es \rrbracket an. Sie dürfen hierbei eine Funktion $\text{Exists.val} : \Pi\{p : \text{Entity} \rightarrow \text{Prop}\}. (\exists x. p x) \rightarrow \text{Entity}$ annehmen, die uns für einen Beweis von $\exists x. p x$ dieses Element x liefert.

Abgabe: 23. Januar 2024, bis 16.30 Uhr auf Ilias

(Oder bei technischen Problemen per Email an jon.eugster@hhu.de)

Abgabe zu zweit ist erlaubt.