

## Computer-gestützte Beweisführung Übungsblatt 11

Für die folgenden Aufgaben verwenden wir folgende syntaktische und semantische Regeln:

<b>GN</b> → Schlumpf	$\llbracket \mathbf{GN} \rrbracket := (\text{schlumpf} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>GN</b> → Geschenk	$\llbracket \mathbf{GN} \rrbracket := (\text{geschenk} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>EN</b> → Sofia	$\llbracket \mathbf{EN} \rrbracket := (\text{sofia} : \text{Entität})$
<b>IV</b> → lacht	$\llbracket \mathbf{IV} \rrbracket := (\text{lacht} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>IV</b> → stinkt	$\llbracket \mathbf{IV} \rrbracket := (\text{stinkt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>TV</b> → versteckt	$\llbracket \mathbf{TV} \rrbracket := (\text{versteckt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>TV</b> → umarmt	$\llbracket \mathbf{TV} \rrbracket := (\text{umarmt} : \text{Entität} \rightarrow \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>P</b> → mit	$\llbracket \mathbf{P} \rrbracket := (\text{hat} : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop})$
<b>Det</b> → kein	$\llbracket \mathbf{Det} \rrbracket := \lambda(p\ q : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop}). \neg \exists x. p\ x \wedge q\ x$
<b>Det</b> → ein	$\llbracket \mathbf{Det} \rrbracket := \lambda(p\ q : \text{Entität} \rightarrow \text{Prop}). \exists x. p\ x \wedge q\ x$
<b>S</b> → <b>NP VP</b>	$\llbracket \mathbf{S} \rrbracket := \llbracket \mathbf{NP} \rrbracket \llbracket \mathbf{VP} \rrbracket$
<b>NP</b> → <b>Det GNP</b>	$\llbracket \mathbf{NP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{Det} \rrbracket \llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket$
<b>GNP</b> → <b>GN</b>	$\llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{GN} \rrbracket$
<b>GNP</b> → <b>GNP PP</b>	$\llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket := (\lambda x. \llbracket \mathbf{GNP} \rrbracket\ x \wedge \llbracket \mathbf{PP} \rrbracket\ x)$
<b>PP</b> → <b>P NP</b>	$\llbracket \mathbf{PP} \rrbracket := \lambda x. \llbracket \mathbf{NP} \rrbracket (\lambda y. \llbracket \mathbf{P} \rrbracket\ x\ y)$
<b>VP</b> → <b>IV</b>	$\llbracket \mathbf{VP} \rrbracket := \llbracket \mathbf{IV} \rrbracket$

Statt der Regel „**NP** → **Det GN**“ aus der Vorlesung schalten wir hier Gattungsnamen-Phrasen (**GNP**) dazwischen, um die Verwendung von Propositionen wie z.B. „mit“ zu erlauben.

### Aufgabe 1.

- (a) Geben Sie einen Syntaxbaum für „ein Schlumpf stinkt“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von  $\llbracket \text{ein Schlumpf stinkt} \rrbracket$  an (in  $\beta$ -reduzierter Form).

- (b) Geben Sie einen Syntaxbaum für den Satz „Kein Schlumpf mit einem Geschenk lacht“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von  $\llbracket$ kein Schlumpf mit einem Geschenk lacht $\rrbracket$  an (in  $\beta$ -reduzierter Form). Behandeln sie hierbei „einem“ als identisch mit „ein“.

### Aufgabe 2.

- (a) Erweitern Sie das System um sinnvolle syntaktische und semantische Regeln, sodass der Satz „Sofia umarmt keinen Schlumpf“ die Bedeutung

$$\neg \exists x. \text{ schlumpf } x \wedge \text{ umarmt sofia } x$$

erhält. Behandeln Sie hierbei „keinen“ als identisch mit „kein“.

- (b) Geben Sie einen Syntaxbaum für „Sofia umarmt keinen Schlumpf“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von  $\llbracket$ Sofia umarmt keinen Schlumpf $\rrbracket$  an (in  $\beta$ -reduzierter Form). Achtung: Da „Sofia“ sowohl ein **EN** als auch eine **NP** ist, müssen wir  $\llbracket$ Sofia (**EN**) $\rrbracket$  und  $\llbracket$ Sofia (**NP**) $\rrbracket$  anstelle von  $\llbracket$ Sofia $\rrbracket$  schreiben, um die beiden unterscheiden zu können.

### Aufgabe 3. Wir fügen den Determinierer „jeder“ hinzu:

$$\mathbf{Det} \rightarrow \text{jeder}$$

- (a) Geben Sie eine passende Semantik von „jeder“ an, sodass der Satz „jeder Schlumpf lacht“ die Bedeutung  $\forall x. \text{ schlumpf } x \rightarrow \text{ lacht } x$  erhält.
- (b) Wir fügen folgende Regel hinzu:

$$\mathbf{NP} \rightarrow \text{es}$$

Geben Sie einen Syntaxbaum für „jeder Schlumpf mit einem Geschenk versteckt es“ und eine Schritt-für-Schritt-Berechnung von  $\llbracket$ jeder Schlumpf mit einem Geschenk versteckt es $\rrbracket$  an (in  $\beta$ -reduzierter Form). Lassen Sie hierbei die Berechnung von  $\llbracket$ es $\rrbracket$  zunächst offen. Sie benötigen die Regeln, die Sie in Aufgabe 2 hinzugefügt haben.

- (c) Schreiben Sie den Implikationspfeil in dem Ergebnis aus b) mithilfe der  $\Pi$ -Notation. Geben Sie nun einen passenden Wert für  $\llbracket$ es $\rrbracket$  an. Sie dürfen hierbei eine Funktion  $\text{Exists.val} : \Pi\{p : \text{Entity} \rightarrow \text{Prop}\}. (\exists x. p x) \rightarrow \text{Entity}$  annehmen, die uns für einen Beweis von  $\exists x. p x$  dieses Element  $x$  liefert.

**Abgabe:** 23. Januar 2024, bis 16.30 Uhr auf Ilias

(Oder bei technischen Problemen per Email an [jon.eugster@hhu.de](mailto:jon.eugster@hhu.de))

Abgabe zu zweit ist erlaubt.