

Darstellungen endlicher Gruppen – Blatt 6

Abgabe der Lösungen bis zum 22.12.2022 in der Übung

Aufgaben 6.1 und 6.2 sind schriftlich zu bearbeiten. Alle weiteren Informationen zu der Vorlesung finden Sie auf

http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/DarstEndlGruppen_WS2223/.

Aufgabe 6.1 (4 Punkte)

Sei $G = H \times K$ eine endliche Gruppe, die sich als direktes Produkt von zwei Untergruppen schreiben läßt.

- (a) Beweisen Sie direkt (ohne Charaktertheorie): $k(G) = k(H)k(K)$, wobei $k(X)$ die Anzahl der Konjugationsklassen einer Gruppe X bezeichnet.
- (b) Bestimmen Sie die erweiterte Charaktertafeln für G in den konkreten Fällen

$$H = K = \text{Sym}(3) \quad \text{und} \quad H = C_3, K = \text{Alt}(4).$$

Aufgabe 6.2 (4 Punkte)

Sei $G = \langle a, b \mid a^6 = b^2 = 1, a^b = a^{-1} \rangle$ die Diedergruppe der Ordnung 12.

- (a) Bestimmen Sie einen Isomorphismus $\varphi: G \rightarrow \text{Sym}(3) \times C_2$. Berechnen Sie mittels dieser Zerlegung die erweiterte Charaktertafel von G .
- (b) Bestimmen Sie über die Charaktertafel von G alle Normalteiler von G .