

# Funktionenräume

## Sommersemester 2022

### Übungsblatt 9

Mathematisches Institut  
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf  
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Ausgabe: Mo., 06.06.2022, 14:00 Uhr  
Besprechung: Mi., 15.06.2022 in der Übung

#### Aufgabe 9.1: (Ordnung und Träger von Distributionen)

Seien  $m, n \in \mathbb{N}$  und  $k \in \{1, \dots, n\}$ . Bestimmen Sie für die folgenden Distributionen  $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n, \mathbb{C})$  jeweils die Ordnung und den Träger:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad T\phi &:= \partial_{x_k}^m \phi(0), & \text{(b)} \quad T\phi &:= \int_{B_1(0)} |x|^2 \phi(x) \, dx, & \text{(c)} \quad T\phi &:= \int_{\mathbb{R}^n} |x|^2 \phi(x) \, dx, \\ \text{(d)} \quad T\phi &:= \sum_{j=0}^{\infty} \phi(je_k), & \text{(e)} \quad T\phi &:= \int_{\mathbb{R}^n} \partial_{x_k}^m \phi(x) \, dx, & \text{(f)} \quad T\phi &:= \sum_{j=0}^{\infty} (\partial_{x_k}^j \phi)(je_k). \end{aligned}$$

#### Aufgabe 9.2: (Reguläre Distributionen)

Sei  $\mathbb{F} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ , sei  $n \in \mathbb{N}$ , sei  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  ein Gebiet, sei  $f \in C^\infty(\Omega, \mathbb{F})$  und sei  $g \in \mathcal{L}_{1,\text{loc}}(\Omega, \mathbb{F})$ . Zeigen Sie, dass  $fT_g = T_{fg}$ . Zeigen Sie weiter: Ist  $A \subseteq \Omega$  abgeschlossen und  $g = 0$  f. ü. in  $\Omega \setminus A$ , dann gilt  $\text{spt } T_g \subseteq A$ .