

Spezielle Themen der Algebra/Geometrie: Homotopietyptheorie – Blatt 4  
Vorrechnen in der Übung am 8.11.2019

**Aufgabe 1:**

- (a) In der Vorlesung haben wir die Regeln ( $\Sigma$ -ELIM) und ( $\Sigma$ -COMP) (bezüglich  $\sum_{x:A} B(x)$ ) nur informell gesehen. Schreiben Sie diese Regeln formal auf (mit einer Funktion  $\mathbf{ind}_{\Sigma}$ ).
- (b) Geben Sie mit Hilfe von  $\mathbf{ind}_{\Sigma}$  einen Term für die Funktion  $\sum_{x:A} B(x) \rightarrow A, (a, b) \mapsto a$  an.
- (c) Machen Sie das gleiche für die Funktion  $(a, b) \mapsto b$ . Welchen Typ hat diese Funktion überhaupt?

**Aufgabe 2:**

Beweisen Sie die folgenden Aussagen innerhalb der Typtheorie (d. h. geben Sie Terme an, die die entsprechenden Typen haben):

- (a)  $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- (b) Sei  $R$  eine Relation auf  $A \times B$ ; im Sinne der Typtheorie heißt das:  $R : A \rightarrow B \rightarrow \mathcal{U}_0$ , und dass  $R(a, b)$  gilt, drückt sich dadurch aus, dass der Typ  $R(a, b)$  nicht-leer ist.  
$$\forall(x : A) \exists(y : B) R(x, y) \rightarrow \exists(f : A \rightarrow B) \forall(x : A) R(x, f(x))$$