Spezielle Themen der Algebra/Geometrie: Homotopietyptheorie – Blatt 7

Vorrechnen in der Übung am 29.11.2019

Aufgabe 1:

Im folgenden seien X, Y, Z lokal-kompakte topologische Räume. In der Vorlesung haben wir die Menge der stetigen Funktionen $C(X, Y)$ so zu einem topologischen Raum gemacht, dass gilt:

(i) $C(X, Y)$ ist auch wieder lokal kompakt. (Das wurde noch gar nicht in der Vorlesung gesagt, darf aber hier verwendet werden).

(ii) Die natürliche Bijektion $C(X \times Y, Z) \to C(X, C(Y, Z))$ ist ein Homöomorphismus.

Zeigen Sie, unter Verwendung von (i) und (ii), aber ohne die konkrete Definition der Topologie auf $C(X, Y)$ zu verwenden, dass die folgenden Abbildungen stetig sind:

(a) die „Auswertungsabbildung“ $(C(X, Y) \times X) \to Y, (f, x) \mapsto f(x)$

(b) die „partielle Auswertungsabbildung“ $(C(X \times X', Y) \times X) \to (X' \to Y), (f, x) \mapsto \lambda x'.f(x, x')$

(c) die Verknüpfung $(C(X, Y) \times C(Y, Z)) \to C(X, Z)$, $(f, g) \mapsto g \circ f$.

Aufgabe 2:

Sind A und B topologische Räume, so definieren wir $A + B$ als das Koprodukt von A und B. Zeigen Sie, dass mit dieser Interpretation die entsprechenden Typtheorie-Regeln ($+$INTRO), ($+$ELIM), ($+$COMP) gelten.