Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 14.05.2019

Blatt 6

Übungen zur Komplexen Analysis

14. Auf $\Omega \coloneqq \{(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^n \,||z_1| < 1, |z_2| < 1\}$ definieren wir

$$u(z_1, z_2) = x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2$$

mit der Interpretation $z_j = x_j + iy_j$, $x_j, y_j \in \mathbb{R}$, $j = 1, 2$.

(a) Ist u subharmonisch, wenn man Ω als Teilmenge des $\mathbb{R}^4$ auffasst?

(b) Ist u plurisubharmonisch?

15. Es sei $S \coloneqq \{z \in \mathbb{D} | \operatorname{Im} z > 0\}$ der offene Halbkreis und es sei $h\colon \mathbb{D} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$u(z) = 2 - \frac{2}{\pi} \operatorname{Im} \log(z-1) + \frac{2}{\pi} \operatorname{Im} \log(z+1),$$

wobei log den Hauptzweig bezeichnet. Zeigen Sie:

(a) u ist harmonisch.

(b) Für $x \in\,]-1, 1[$ gilt $\lim_{z\to x} u(z) = 0$.

(c) Für w mit $|w| = 1$ und $\operatorname{Im} w > 0$ gilt $\lim_{z\to w} u(z) = 1$.

Stellen Sie außerdem den Zusammenhang zum Satz von Thales her.

16. Zeigen Sie, dass $]-1, 1[$ nicht polar in $\mathbb{D}$ ist.

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 15.

Besprechung: 20. Mai