Prof. Dr. Immanuel Halupczok
M.Sc. Thor Wittich

Lineare Algebra I, SoSe23
Blatt 13 (letztes Blatt)

Aufgabe 1 (5 Punkte):
Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ldots$$

(i) …einmal mit Hilfe von Zeilen- und/oder Spaltentransformationen.

(ii) …einmal durch Entwickeln nach Zeilen und/oder Spalten.

Aufgabe 2 (5 Punkte):
Zeigen Sie:

(i) Ist $A \in K^{n \times n}$ eine beliebige Matrix und $r \in K$, so ist $\det(rA) = r^n \det A$.

(ii) Ist $A \in K^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, d. h. von der Form

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix},$$

so ist $\det A = a_{11} \cdot a_{22} \cdots a_{nn}$.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

(i) Zeigen Sie: Ähnlichkeit von Matrizen ist eine Äquivalenzrelation auf der Menge der $n \times n$-Matrizen.

(ii) Wahr oder falsch: Sind $A, A' \in K^{n \times n}$ ähnlich zueinander, so ist A invertierbar genau dann, wenn A' invertierbar ist.

(iii) Wahr oder falsch: Sind $A, A' \in K^{n \times n}$ beide invertierbar, so ist A ähnlich zu A'

Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Prof. Dr. Immanuel Halupczok
M.Sc. Thor Wittich

Lineare Algebra I, SoSe23
Blatt 13 (letztes Blatt)

Aufgabe 4 (5 Punkte):
Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

und geben Sie zu jedem Eigenwert außerdem einen Eigenvektor an.