

Lineare Algebra I, SoSe23 Blatt 2

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Wir betrachten nochmal das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x - 2y + 2z &= 2 \\x - 3y + z &= 0 \\-3x + 2y - 7z &= 1\end{aligned}$$

vom ersten Blatt. Stellen Sie die zugehörige (erweiterte) Koeffizientenmatrix auf und bringen Sie diese auf Zeilenstufenform, indem Sie den Gauß-Algorithmus anwenden. Lösen Sie anschliessend noch einmal dieses Gleichungssystem basierend auf der von Ihnen gefundenen Zeilenstufenform.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Seien A , B und C (mathematische) Aussagen. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent zueinander:

- (i) $A \wedge C$
- (ii) $A \wedge (C \vee B)$
- (iii) $A \vee (B \wedge C)$
- (iv) $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- (v) $A \vee ((A \wedge B) \vee C)$

Hinweis: Die drei Aussagen A , B und C können alle wahr oder falsch sein. Listen Sie alle Kombinationen auf und bestimmen Sie so, in welchen Fällen die Aussagen in (i)-(v) wahr oder falsch sind.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass wenn λ eine reelle Zahl und \underline{x} und \underline{y} Lösungen eines homogenen linearen Gleichungssystems \underline{L} sind, auch $\lambda \underline{x}$ und $\underline{x} + \underline{y}$ Lösungen von \underline{L} sind. Wir betrachten nun quadratische Gleichungen

$$a_1x_1^2 + \dots + a_nx_n^2 + b_1x_{n+1} + \dots + b_mx_{n+m} = 0$$

und daraus resultierende "homogene quadratischen Gleichungssysteme". Hierbei sind $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m$ reelle Zahlen und x_1, \dots, x_{n+m} Variablen. Untersuchen Sie, ob Obiges auch für quadratische Gleichungen gilt. Was passiert, wenn man für $1 \leq i \leq n$ alle x_i mit λ multipliziert und für $n + 1 \leq i \leq n + m$ alle x_i mit λ^2 multipliziert?

Lineare Algebra I, SoSe23

Blatt 2

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Sei L ein lineares Gleichungssystem mit Lösung c und sei L' das zugehörige homogene lineare Gleichungssystem. Zeigen Sie, dass man genau die Lösungen von L durch die Lösungen von L' erhält, indem man c zu den Lösungen von L' dazu addiert.

Lineare Algebra I, SoSe23 Blatt 2

Einige generelle Tipps:

- Beginnen Sie möglichst früh damit, sich mit den Aufgaben auseinanderzusetzen
- Machen Sie sich die exakte Bedeutung der verwendeten Begriffe und Definitionen durch Nachschlagen im Skript bewusst
- Manche Aufgaben können Sie (vermutlich) nur unter Zuhilfenahme von Resultaten aus der Vorlesung lösen, sodass Sie stets im Blick haben sollten, was Sie denn bereits über gegebene Objekte wissen
- Selbst wenn Sie eine Definition oder eine Aussage kennen, hilft es, sich diese mit Beispielen zu veranschaulichen
- Manche Aussagen lassen sich leichter per Widerspruchsbeweis oder per Kontraposition zeigen; versuchen Sie also ruhig verschiedene Ansätze
- Lassen Sie sich nicht zu sehr frustrieren, wenn Sie nicht alles auf Anhieb lösen können
- Sprechen Sie mit Anderen über die Aufgaben (sowohl Kommilitonen, Korrektoren als auch Übungsgruppenleiter bieten sich dort zum Beispiel an)
- Suchen Sie nicht nach (vollständigen) Lösungen online (oder in Büchern etc.), da dies nur Ihr eigenes Verständnis bremst (auch das Versuchen und Scheitern an Problemen ist lehrreich, selbst wenn es erstmal nicht so scheint)
- Begründen Sie Ihre Antworten, außer wenn explizit dabei steht, dass Sie es nicht tun müssen
- Schreiben Sie Ihre Lösungen möglichst nicht als eine reine Folge von Symbolen auf, sondern verwenden Sie auch vollständige (deutsche, englische, etc.) Sätze um Ihre Gedanken zu erklären