

Lineare Algebra I

Blatt 1

HHU Düsseldorf, WiSe 20/21

Abgabe bis Montag, 16.11.2020, 10:15 Uhr, im Auas

Bitte beachten Sie, dass Sie Ihre Lösungen begründen sollen (das müssen Sie übrigens ab jetzt immer machen außer wenn explizit dabei steht, dass Sie es nicht machen müssen; daher lassen wir die explizite Aufforderung "Begründen Sie" auch weg)

Aufgabe 1 (5 Punkte): Sei n eine positive natürliche Zahl und seien a_1, \dots, a_n beliebige (reelle) Zahlen. Welche der folgenden Aussagen besagen das Gleiche?

- (i) Für alle natürlichen Zahlen i zwischen 1 und $n - 1$ (inklusive) gilt $a_i \leq a_{i+1}$.
- (ii) Für alle natürlichen Zahlen i und j zwischen 1 und n (inklusive) gilt $i < j$, falls $a_i \leq a_j$.
- (iii) Die Zahlen a_1, \dots, a_n sind der Größe nach sortiert, wobei die kleinste Zahl zuerst kommt.

Geben Sie zudem bei den Aussagen, welche nicht das gleiche besagen, ein Beispiel von Zahlen a_1, \dots, a_n an, sodass eine der Aussagen wahr und die andere falsch ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte): Wir betrachten die Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 2 & -2 \end{array} \right)$$

eines linearen Gleichungssystems \underline{L} . Bringen Sie diese vermöge der Gauß-Elimination auf Zeilenstufenform.

Aufgabe 3 (5 Punkte): Sind (a_1, \dots, a_n) und (b_1, \dots, b_m) zwei Tupel von (reellen) Zahlen, so definieren wir deren Kästchensumme als

$$(a_1, \dots, a_n) \boxplus (b_1, \dots, b_m) := (a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m).$$

Die Kästchensumme nimmt also zwei Tupel und macht aus diesen ein neues Tupel, so wie auch die Addition zweier Zahlen wieder eine Zahl liefert. Nun können wir uns fragen, welche Eigenschaften die Kästchensumme hat.

- (i) Zeigen Sie, dass die Gleichung $(a_1, \dots, a_n) \boxplus (b_1, \dots, b_m) = (b_1, \dots, b_m) \boxplus (a_1, \dots, a_n)$ im Allgemeinen nicht stimmt, indem Sie ein Gegenbeispiel angeben.
- (ii) Gilt dies wenigstens für manche Tupel? Können Sie ein Beispiel von zwei verschiedenen Tupeln angeben, sodass obige Gleichheit erfüllt ist?

Aufgabe 4 (5 Punkte): Definieren Sie selbst eine Verknüpfung \ast , welche aus zwei Tupeln von Zahlen ein weiteres Tupel von Zahlen macht (wie die Kästchensumme in der letzten Aufgabe). Untersuchen Sie anschließend ebenfalls analog zur letzten Aufgabe, in welchem Rahmen die Gleichung

$$(a_1, \dots, a_n) \ast (b_1, \dots, b_m) = (b_1, \dots, b_m) \ast (a_1, \dots, a_n)$$

für beliebige Tupel (a_1, \dots, a_n) und (b_1, \dots, b_m) gilt.

Bitte wenden

Einige Tipps zum generellen Bearbeiten:

- Beginnen Sie möglichst früh damit, sich mit den Aufgaben auseinanderzusetzen
- Machen Sie sich die exakte Bedeutung der verwendeten Begriffe und Definitionen durch Nachschlagen im Skript bewusst
- Manche Aufgaben können Sie (vermutlich) nur unter Zuhilfenahme von Resultaten aus der Vorlesung lösen, sodass Sie stets im Blick haben sollten, was Sie denn bereits über gegebene Objekte wissen
- Selbst wenn Sie eine Definition oder eine Aussage kennen, hilft es, sich diese mit Beispielen zu veranschaulichen
- Manche Aussagen lassen sich leichter per Widerspruchsbeweis oder per Kontraposition zeigen; versuchen Sie also ruhig verschiedene Ansätze
- Lassen Sie sich nicht zu sehr frustrieren, wenn Sie nicht alles auf Anhieb lösen können
- Sprechen Sie mit Anderen über die Aufgaben (sowohl Kommilitonen, Korrektoren als auch Übungsgruppenleiter bieten sich dort zum Beispiel an)
- Suchen Sie nicht nach (vollständigen) Lösungen online (oder in Büchern etc.), da dies nur Ihr eigenes Verständnis bremst (auch das Versuchen und Scheitern an Problemen ist lehrreich)
- Begründen Sie Ihre Antworten, außer wenn explizit dabei steht, dass Sie es nicht tun müssen
- Schreiben Sie Ihre Lösungen möglichst nicht als eine reine Folge von Symbolen auf, sondern verwenden Sie auch vollständige (deutsche, englische, etc.) Sätze um Ihre Gedanken zu erklären

Bitte beachten Sie:

- Sie dürfen natürlich gerne mit Anderen zusammen an den Aufgaben arbeiten (das ist sogar ausdrücklich empfohlen, aber jeder soll die erarbeiteten Lösungen selbst (in eigenen Worten) aufschreiben und hochladen. Wenn mehrere Abgaben fast wörtlich gleich sind, können diese mit 0 Punkten bewertet werden
- Jede Aufgabe wird einzeln im pdf-Format hochgeladen (z.B. abfotografiert, gescannt, ...)
- Bitte nummerieren Sie die Zeilen (oder Absätze oder ...), damit Korrektoren sich darauf beziehen können.
- Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Datei lesbar und richtig herum ist.