

# Lineare Algebra I

## Blatt 2

HHU Düsseldorf, WiSe 20/21

Abgabe bis Montag, 23.11.2020, 10:15 Uhr, im Aua

---

**Aufgabe 1 (5 Punkte):** Lösen Sie das Gleichungssystem  $\underline{L}$ , welches durch die Koeffizientenmatrix

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 4 & 3 \\ -2 & 3 & 9 & 0 \end{array} \right)$$

beschrieben wird, indem Sie die Gauß-Elimination verwenden.

**Aufgabe 2 (5 Punkte):** Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  (mathematische) Aussagen. Zeigen Sie jeweils, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (i) Die Aussage  $A$  und die Aussage  $A \wedge (A \vee B)$ .
- (ii) Die Aussage  $A \vee (B \wedge C)$  und die Aussage  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .

Hinweis: Die drei Aussagen  $A$ ,  $B$  und  $C$  können alle wahr oder falsch sein. Listen Sie alle Kombinationen auf und bestimmen Sie so, in welchen Fällen die Aussagen in (i) und (ii) wahr oder falsch sind.

**Aufgabe 3 (5 Punkte):** Sei  $A$  die (mathematische) Aussage „Jede natürliche Zahl ist Summe dreier Quadratzahlen.“

- (i) Formulieren Sie  $A$  rein unter Verwendung von Symbolen ( $\wedge, \vee, \neg, \forall, \exists, +, \cdot$ , etc.) und Ihnen bereits bekannten Zahlmengen (d.h. definieren Sie sich keine neue Mengen für diese Aufgabe).
- (ii) Nutzen Sie den vorherigen Aufgabenteil, um die Negation von  $A$  zu bilden. Sorgen Sie dabei dafür, dass das Symbol  $\neg$  am Ende nicht mehr in Ihrer Lösung auftaucht.
- (iii) Ist  $A$  wahr? Zeigen oder widerlegen Sie  $A$ .

**Aufgabe 4 (5 Punkte):** Bestimmen Sie jeweils die Menge aller natürlichen Zahlen  $n$ , für welche die folgenden Aussagen wahr sind:

- (i)  $\exists a, b \in \mathbb{N}: ((n = 2a) \wedge (n = 2b + 1))$
- (ii)  $\neg \exists x \in \mathbb{Z}: x^n = nx$
- (iii)  $(3n \leq 22) \wedge (\frac{n+2}{3} \in \mathbb{N})$
- (iv)  $(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+1) \leq 20) \vee (5 \leq 2n \leq 10)$
- (v)  $\neg(((n \text{ ist Quadratzahl}) \wedge (n \text{ ist Primzahl})) \Rightarrow n \geq 17)$

Bemerkung: Wir folgen der Konvention  $0^0 = 1$ .

Bitte wenden

## **Einige Tipps zum generellen Bearbeiten:**

- Beginnen Sie möglichst früh damit, sich mit den Aufgaben auseinanderzusetzen
- Machen Sie sich die exakte Bedeutung der verwendeten Begriffe und Definitionen durch Nachschlagen im Skript bewusst
- Manche Aufgaben können Sie (vermutlich) nur unter Zuhilfenahme von Resultaten aus der Vorlesung lösen, sodass Sie stets im Blick haben sollten, was Sie denn bereits über gegebene Objekte wissen
- Selbst wenn Sie eine Definition oder eine Aussage kennen, hilft es, sich diese mit Beispielen zu veranschaulichen
- Manche Aussagen lassen sich leichter per Widerspruchsbeweis oder per Kontraposition zeigen; versuchen Sie also ruhig verschiedene Ansätze
- Lassen Sie sich nicht zu sehr frustrieren, wenn Sie nicht alles auf Anhieb lösen können
- Sprechen Sie mit Anderen über die Aufgaben (sowohl Kommilitonen, Korrektoren als auch Übungsgruppenleiter bieten sich dort zum Beispiel an)
- Suchen Sie nicht nach (vollständigen) Lösungen online (oder in Büchern etc.), da dies nur Ihr eigenes Verständnis bremst (auch das Versuchen und Scheitern an Problemen ist lehrreich)
- Begründen Sie Ihre Antworten, außer wenn explizit dabei steht, dass Sie es nicht tun müssen
- Schreiben Sie Ihre Lösungen möglichst nicht als eine reine Folge von Symbolen auf, sondern verwenden Sie auch vollständige (deutsche, englische, etc.) Sätze um Ihre Gedanken zu erklären

## **Bitte beachten Sie:**

- Sie dürfen natürlich gerne mit Anderen zusammen an den Aufgaben arbeiten (das ist sogar ausdrücklich empfohlen, aber jeder soll die erarbeiteten Lösungen selbst (in eigenen Worten) aufschreiben und hochladen. Wenn mehrere Abgaben fast wörtlich gleich sind, können diese mit 0 Punkten bewertet werden
- Jede Aufgabe wird einzeln im pdf-Format hochgeladen (z.B. abfotografiert, gescannt, ...)
- Bitte nummerieren Sie die Zeilen (oder Absätze oder ...), damit Korrektoren sich darauf beziehen können.
- Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Datei lesbar und richtig herum ist.