6.7 Matrixgruppen

Def 6.7.1: Sei K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$. Wir definieren:

(a) <u>allgemeine lineare Gruppe</u>
$$GL_n(K) := \{ A \in K^{n \times n} \mid A \text{ inv'bar} \}$$

(b) <u>spezielle lineare Gruppe</u>
$$SL_n(K) := \{ A \in K^{n \times n} \mid \det A = 1 \}$$

(c) <u>orthogonale Gruppe</u>
$$O_n(K) := \{ A \in GL_n(K) \mid \underbrace{A^T = A^{-1}} \}$$
$$O(n) := O_n(\mathbb{R}) \qquad \Leftrightarrow \forall v \in K^n: \ v^T v = (Av)^T (Av)$$

(d) <u>spezielle orth. Gruppe</u>
$$SO_n(K) := O_n(K) \cap SL_n(K)$$
$$SO(n) := SO_n(\mathbb{R})$$

(e) <u>unitäre Gruppe</u>
$$U(n) := \{ A \in GL_n(\mathbb{C}) \mid A^T = \bar{A}^{-1} \}$$

(f) <u>spezielle unitäre Gruppe</u>
$$SU(n) := U(n) \cap SL_n(\mathbb{C})$$

Ist V ein K-VR, so schreibe auch

(g) $GL(V) := \{ f \in End(V) \mid f \text{ ist Isomorphismus} \}$

Statt $GL(V)$ schreibt man auch $Aut(V)$; invertierbare Endomorphismen nennt man auch <u>Automorphismen</u>.

(h) $SL(V) := \{ f \in End(V) \mid \det f = 1 \}$ falls V endl.-dim.

Bem 6.7.2: All die obigen „Gruppen" sind auch wirklich Gruppen, mit Matrix-Mult. als Verknüpfung und I_n als neutralem Element.

(i.A. nicht kommutativ)