

Aufgabe 1:

- (a) Sei T eine L -Theorie und seien $\phi(\underline{x})$ und $\psi(\underline{x})$ L -Formeln. Zeigen Sie: $T \models \forall \underline{x}: (\phi(\underline{x}) \leftrightarrow \psi(\underline{x}))$ genau dann, wenn für alle Modelle $\mathcal{M} \models T$ gilt: $\phi(\mathcal{M}) = \psi(\mathcal{M})$.
- (b) Sei nun $T = \text{Th}(\mathcal{M}_0)$. Zeigen Sie, dass dann die Bedingungen aus (a) auch äquivalent sind zu: $\phi(\mathcal{M}_0) = \psi(\mathcal{M}_0)$.

Aufgabe 2:

Sei T die Theorie der unendlichen Mengen in der leeren Sprache. Zeigen Sie, dass T Quantoren eliminiert.

Aufgabe 3:

Sei $T = \text{Th}(\mathbb{Q})$, in der Sprache $L = \{0, +, -\}$. Zeigen Sie, dass T Quantoren eliminiert.