Aufgabe 1:

Sei $L := \{<\}$ und $T := \mathrm{Th}_L(\mathbb{Z})$.

(a) Zeigen Sie, dass T das QE-Kriterium von Satz 4.2.4 erfüllt oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

(b) Zeigen Sie, dass T QE hat oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 2:

Sei $L := \{c, d\}$ (wobei c und d Konstantensymbole sind) und sei T die L-Theorie, die nur besagt, dass die Menge unendlich ist. Zeigen Sie mit Hilfe von Satz 4.2.4, dass T QE hat.

Aufgabe 3:

Seien $\mathcal{M}_i, \mathcal{A}_i$, α, $\psi(\underline{a}, y)$ und b_1 wie in Satz 4.2.4. Wir nehmen an, dass sich α zu einem Isomorphismus von $\mathcal{B}_1 := \langle A_1, b_1 \rangle_L$ nach $\mathcal{B}_2$ fortsetzen lässt, für eine geeignete Unterstruktur $\mathcal{B}_2 \subseteq \mathcal{M}_2$. Zeigen Sie, dass dann $b_2 = \alpha(b_1)$ gewählt werden kann (unabhängig davon, was ψ ist).

Aufgabe 4:

Sei K ein unendlicher Körper, sei $L_{K\text{-VR}}$ die Sprache der K-Vektorräume und sei T die Theorie der nicht-trivialen K-Vektorräume. Zeigen Sie, dass T das QE-Kriterium von Satz 4.2.4 erfüllt.