Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

WS 2005/06
05.12.2005
Blatt 7

Übungen zu Mathematische Optimierung I

23. (1P) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^{4/3}$ definiert. Bestimmen Sie alle Startpunkte $x_0 \in \mathbb{R}$, die bei Anwendung des Newton-Verfahrens (zur Bestimmung der kritischen Punkte von f) gegen eine lokale Minimalstelle von f konvergieren.

24. (1P) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aus C^3 und (x_k) eine gegen x^* konvergierende Folge, die durch das Newton-Verfahren zur Bestimmung der stationären Punkte von f entstanden ist. Sei ferner $f''(x^*) \neq 0$.

    Zeigen Sie
    $$\lim \frac{| x_{k+1} - x^* |}{| x_k - x^* |^2} = \left| \frac{1}{2} f''(x^*)^{-1} f'''(x^*) \right| .$$

25. (1P) Sei Q eine symmetrische reelle $n \times n$-Matrix und $R(x) = (x^T Q x)/(x^T x)$ für $x \in \mathbb{R}^n,\ x \neq 0$. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extremwerte von R und drücken Sie diese durch die Eigenwerte von Q aus.

26. (2P) Zeigen Sie, daß für das Hybrid-Newton-Verfahren je Iterationsschritt k nur endlich viele Back-Tracking Versuche notwendig sind, um ein $\lambda^+ \in [0, T]$ zu erhalten, das die relative Abstiegsforcierung erfüllt.

Abgabe: Mo., 12.12.2005, 14.00 Uhr

Programmieraufgabe 1 (2 PAP):

Verfahren des steilsten Abstiegs, einmal mit der Bisektionsmethode und einmal mit Hybrid-Newton-Verfahren und Back-Tracking.
Zielfunktion:
$$f(x) = (x_2 - bx_1^2 + cx_1 - d)^2 + e(1 - f)\cos x_1 + c$$
mit
$$b = (5.1)/(4\pi^2),\ c = 5/\pi,\ d = 6,\ e = 10,\ f = 1/(8\pi).$$
Abzugeben sind:
$x^*, f(x^*), \nabla f(x^*), H_f(x^*)$, Startvektor, Anzahl der Iterationen, graphische Darstellung des Iterationsverlaufs, Angabe der benutzten Programmiersprache und des Rechners.

Abgabe: Mo., 06.02.2006, 14.00 Uhr