Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2006
03.05.2006
Blatt 5

Übungen zu Mathematische Optimierung II

17. (1P) Stellen Sie das duale Programm (D) der linearen Optimierung, vgl. Vorlesung Kap. I, § 3, in der Form des primalen Programms, (P), dar und bestimmen Sie hierzu das duale Programm. Zeigen Sie, daß dieses als primales Programm zu (D) dargestellt werden kann.

    (Moral: Das duale Programm des dualen Programms ergibt das primale Programm.)

18. (3P) Zeigen Sie, daß das lineare Programm

    $$\min\{c^T x + d^T y : \quad Ax + By \geq a,\ Cx + Dy = b,\ y \geq o\}, \qquad (P)$$

    mit Matrizen und Vektoren passender Dimension auf die äquivalente Standardform

    $$\min\{\tilde{c}^T \tilde{x} \ : \ \tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b},\ \tilde{x} \geq o\} \qquad (\tilde{P})$$

    mit geeignet gewählten Matrizen und Vektoren gebracht werden kann, so daß sich die Lösungen von (P) und $(\tilde{P})$ ineinander überführen lassen.

19. (2P) Seien $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $c \in \mathbb{R}^n$. Dann sind die beiden Aufgaben $\max\{c^T x \ : Ax \leq b,\ x \geq o\}$ und $\min\{u^T b \ : A^T u \geq c,\ u \geq o\}$ genau dann (endlich) lösbar, wenn es Vektoren $x \in \mathbb{R}^n$ und $u \in \mathbb{R}^m$ gibt, die

    $$Ax \leq b,\ A^T u \geq c,\ c^T x - b^T u \geq 0,\ x \geq o,\ u \geq o \qquad (+)$$

    erfüllen. Zeigen Sie außerdem, daß jedes Paar von Vektoren x und u, die (+) erfüllen, Lösungen der beiden Aufgaben ergeben.

20. (2P) Zeigen Sie, dass jede der vier im Korollar zu Kap. I, Satz 11 aufgeführten Möglichkeiten eintreten kann.

Abgabe: Mi., 10.05.2006, 13.00 Uhr