Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2006
17. Mai 2006
Blatt 7

Übungen zu Mathematische Optimierung II

25. (1P) Seien $P : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^m$ stetige (matrizen- bzw. vektorwertige) Abbildungen. Die mengenwertige Abbildung $A : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^n$ sei definiert durch
$$A(w) = \{y \in \mathbb{R}^n : \; P(w)y = b(w)\}.$$
Ist A abgeschlossen?

26. (1P) Beweisen Sie die Konvergenz des Verfahrens des steilsten Abstiegs (vgl. MO I, Kap. II, § 2, Satz 3) mit geeignet gewählter "Step Size Procedure" mittels der Theorie abgeschlossener Mengen aus MO II.

27. (2P) Für $(x, d) \in \mathbb{R}^{2n}$, $\varphi(\alpha) = f(x + \alpha d)$ und $\alpha^* \neq 0$ (α^* globale Lösung des eindimensionalen Unterproblems $\min\limits_{\alpha\geq 0} \varphi(\alpha)$) wird man sich bei numerischer Rechnung bereits zufrieden geben, wenn α^* mit relativer Genauigkeit $\delta > 0$ bestimmt werden kann, d.h. wenn ein $\alpha > 0$ mit $|\alpha - \alpha^*| \leq \delta\alpha^*$ gefunden wird.
Dies führt auf den folgenden Satz:
Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ stetig ist, $f(x) \to \infty$ mit $\| x \| \to \infty$ und
$U_\delta(x, d) = \{y \in \mathbb{R}^n : y = x + \alpha d, \; \alpha \geq 0, \; |\alpha - \alpha^*| \leq \delta\alpha^*\}$ ist, dann ist die mengenwertige Abbildung U_δ abgeschlossen in (x, d), falls $d \neq o$.

28. (1P) Sei $J \subseteq \mathbb{R}$ ein kompaktes Intervall, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ stetig und $\tilde{U} : \mathbb{R}^{2n} \to \mathbb{R}^n$ jene mengenwertige Abbildung, bei der $\tilde{U}(x, d)$ die (globale) Lösungsmenge der Aufgabe $\min\limits_{y=x+\alpha d,\, \alpha\in J} f(y)$ ist.
Ist $\tilde{U}$ abgeschlossen?
(Beachten Sie besonders die Fälle mit $d = o$.)

Abgabe: 24. Mai 2006, 13:00 Uhr