Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2006
31. Mai 2006
Blatt 9

Übungen zu Mathematische Optimierung II

33. (2P) Sei (P) das Problem $\min f(x)$ bzgl. $g(x) \leq o$. Sei $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ mit $g(\bar{x}) \leq o$. Sei $(\bar{\xi}, \bar{d}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ Lösung des linearisierten Problems

$$\begin{aligned}
&\min \xi \\
&d^T \nabla f(\bar{x}) \leq \xi,\ d^T \nabla g_i(\bar{x}) \leq \xi \quad \text{für} \quad i \in A(\bar{x}) \\
&d_j \geq -1 \quad \text{für} \quad D_j f(\bar{x}) > 0,\ d_j \leq 1 \quad \text{für} \quad D_j f(\bar{x}) < 0 \ (j = 1, \ldots, n).
\end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß $\bar{\xi} = 0$ genau dann ist, wenn $\bar{x}$ ein F.John- Punkt von (P) ist.

34. (2P) Tritt in der Methode der projizierten Gradienten mit linearen Restriktionen die Richtung $d = o$ zusammen mit einem negativen Koeffizienten β_{1_l} (Bezeichnung nach Vorlesung) auf, erzielt man durch das Weglassen der aktiven Restriktion g_l einen projizierten Gradienten $\tilde{d}$, der stets eine echte zulässige Abstiegsrichtung ist. Bleibt dieser Schluß gültig, wenn mehrere negative Koeffizienten β_{1_l} vorhanden sind und in analoger Weise mehrere korrespondierende aktive Restriktionen bei der Konstruktion der Projektionsmatrix weggelassen werden?

35. (4P) Wenden Sie die Methode der projizierten Gradienten auf folgendes Problem an:

$$\begin{aligned}
\min 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_1 - 6x_2 \\
x_1 + x_2 \leq 2 \\
x_1 + 5x_2 \leq 5 \\
x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned}$$

Wählen Sie den Nullvektor als Startvektor und führen Sie die ersten drei Iterationen durch.

Abgabe: Mi., 14. Juni 2006, 13:00 Uhr

Bitte wenden!

Programmieraufgabe 3 (2 PAP): Lösen Sie das Problem

$$\min 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x - 6y$$

$$x + y \leq 2$$

$$x + 5y \leq 5$$

$$-4x + 3y \leq 2$$

$$x - 10y \leq 1$$

$$x, y \geq 0.$$

mittels des Verfahrens der projizierten Gradienten.
Starten Sie das Verfahren mit dem Vektor

$$(\frac{6 + \mathrm{PIN}}{10}, \frac{1}{10})^T,$$

wobei PIN die erste Koordinate Ihres persönlichen Startvektors aus Programmieraufgabe 1 bezeichnet.

Abgabe: Mi., 05.07.2006, 13.00 Uhr