....
Name

....
Matr-Nr. Gruppe

Anwendungen der Modelltheorie
Blatt 9
Abgabe am 6.6.2019 in der Vorlesung

1	2	3	Σ

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen.

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

(Nur ein halbes Blatt, wegen Feiertag.)

Aufgabe 1 (2 Punkte):

Zeigen Sie: Für jede unendliche Kardinalzahl κ existiert eine Theorie T, die κ-stabil ist, aber nicht μ-stabil für alle $\mu < \kappa$.

Aufgabe 2 (3 Punkte):

Es soll gezeigt werden, dass es reicht, κ-Stabilität für 1-Typen zu prüfen. Genauer:

Sei T eine vollständige Theorie mit unendlichen Modellen und κ eine unendliche Kardinalzahl. Wir nehmen an, dass für jedes Modell $\mathcal{M} \models T$ und für jede Menge $A \subset M$ der Kardinalität κ gilt: $|S_1(A)| = \kappa$. Zeigen Sie, dass T dann schon κ-stabil ist (also dass auch $|S_n(A)| = \kappa$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.)

Hinweis: Die folgende Feststellung ist nützlich: Sind $p_1, p_2 \in S_2(A)$ verschieden, so können wir annehmen (warum?), dass Realisierungen $(b_i, c_i) \in M^2$ von p_i existieren, so dass entweder $\mathrm{tp}(b_1/A) \neq \mathrm{tp}(b_2/A)$ ist oder $b_1 = b_2$ und $\mathrm{tp}(c_1/A \cup \{b_1\}) \neq \mathrm{tp}(c_2/A \cup \{b_1\})$.

Aufgabe 3 (3 Punkte):

Sei $L = \{\sim_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ und sei $\mathcal{M}$ eine L-Struktur, so dass gilt: $\sim_0$ ist eine Äquivalenzrelation mit zwei Klassen, und $\sim_{i+1}$ ist eine Äquivalenzrelation, so dass jede Äquivalenzklasse von $\sim_i$ die Vereinigung von zwei Äquivalenzklassen von $\sim_{i+1}$ ist.

Zeigen Sie: $\mathrm{Th}(\mathcal{M})$ ist stabil aber nicht total transzendent. (Geben Sie ein κ an, so dass $\mathrm{Th}(\mathcal{M})$ κ-stabil ist.)