....
Name

....
Matr-Nr. Gruppe

Einführung in die Logik/ Modelltheorie – Blatt 5

Abgabe am 22.11.2018 in der Vorlesung

1	2	3	4	Σ

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen.

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Alle Beweise auf diesem Blatt sollen in ZFC geführt werden:

Aufgabe 1 (4 Punkte):

Zeigen Sie, nur unter Verwendung der Definitionen von $+$ und $<$ (auf ω) aus der Vorlesung, dass für alle $m, m', n \in \omega$ gilt:

(a) $s(m) + n = s(m + n)$.

(b) $m < m' \leftrightarrow m + n < m' + n$

Anmerkung: Seien Sie vorsichtig, nicht aus Versehen naheliegende übliche Eigenschaften von $+$ und $<$ zu verwenden.

Für die restlichen Aufgaben dürfen Sie verwenden, dass $+$, $\cdot$ und $<$ auf ω alle üblichen Eigenschaften haben.

Aufgabe 2 (6 Punkte):

Zeigen Sie:

(a) Sind x und x' Mengen und $z \in x, z' \in x'$, so gibt es eine Bijektion $x \to x'$ genau dann, wenn es eine Bijektion $x \setminus \{z\} \to x' \setminus \{z'\}$ gibt.

(b) Die Kardinalität einer endlichen Menge x ist wohldefiniert, d. h. wenn es Bijektionen $x \to \{m \in \omega \mid m < n\}$ und $x \to \{m \in \omega \mid m < n'\}$ gibt (für $n, n' \in \omega$), dann ist schon $n = n'$.
Hinweis: Verwenden Sie Induktion und Teil (a).

(c) Sind x und x' endliche Mengen, so gibt eine injektive Abbildung $x \to x'$ genau dann, wenn $\#x \leq \#x'$ ist.

Aufgabe 3 (1+3 Punkte):

(a) Zeigen Sie, dass die Zuordnung $n \mapsto 2^n$ eine Funktion im Sinne von ZFC ist, indem Sie sie mit Hilfe des Rekursionssatzes definieren.

(b) Zeigen Sie: Ist x eine endliche Menge, so ist $\#\mathcal{P}(x) = 2^{\#x}$.

Aufgabe 4 (2 Punkte):

Zeigen Sie: Die Klasse aller endlichen Mengen ist keine Menge.

Hinweis: Zeigen Sie, dass sonst auch die Klasse aller Mengen eine Menge wäre.