

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Bitte geben Sie an, welche Teilaufgaben Sie ganz gelöst / teilweise gelöst / gar nicht gelöst haben:

1 (a)	1 (b)	1 (c)	2 (a)	2 (b)	2 (c)

Aufgabe 1 (1+4+1 Punkte):

In dieser Aufgabe sei K ein angeordneter Körper und T die Theorie der nicht-trivialen angeordneten K -Vektorräume, in der Sprache $L := L_{K\text{-VR}} \cup L_{\text{ord}} = \{0, +, -, <\} \cup \{r \cdot \mid r \in K\}$.

- (a) Zeigen Sie, dass jedes Modell von T insbesondere ein Modell von DLO ist (also eine dichte lineare Menge ohne Endpunkte).
- (b) Zeigen Sie Satz 1.2.11: T hat Quantoren-Elimination.
Anmerkung: Mit Hilfe von (a) können Sie ein paar Argumente aus dem Beweis von Quantoren-Elimination für DLO klauen.
- (c) Folgern Sie Korollar 1.2.12: T ist o-minimal.

Aufgabe 2 (2+2+2 Punkte):

Zeigen Sie (mit Hilfe des Monotonie-Satzes):

- (a) Der Graph einer definierbaren Funktion $f: M \rightarrow M$ besteht aus endlich vielen definierbaren Zusammenhangskomponenten.
- (b) Ist $f: [a, b] \rightarrow M$ stetig und definierbar, so nimmt f ein Maximum an.
- (c) Es gibt keine definierbare Funktion $f: M \rightarrow M^2$, deren Bild ein ganzes Rechteck $(a, b) \times (a', b')$ enthält.