HHU DÜSSELDORF
Alejandra Garrido

Mathematisches Institut
28. November 2017

Seminar zur Darstellungs- und Charaktertheorie endlicher Gruppen

Blatt 3

Übung 1

Sei G eine Gruppe und $\pi\colon G \to G/G'$ der kanonische Homomorphismus von G auf die Faktorkommutatorgruppe. Zeigen Sie: Jede lineare Darstellung $\rho : G \to \mathbb{C}^*$ hat die Form $\rho = \pi\psi$ (Hintereinanderasfürung von π und dann ψ), wobei $\psi : G/G' \to \mathbb{C}^*$ eine lineare Darstellung con G/G' ist.

Übung 2

Bestimmen Sie die Charaktertafel der Kleinschen Vierergruppe $C_2 \times C_2$.

Übung 3

Sei $Q = \{\pm 1, \pm \underline{i}, \pm \underline{j}, \pm \underline{k}\}$ die Quaternionengruppe.

1. Zeigen Sie, dass die Abbildung $\rho : Q \to \mathrm{GL}(2, \mathbb{C})$, die mittels

$$(\pm 1)\rho = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}, \quad (\pm \underline{i})\rho = \begin{pmatrix} \pm i & 0 \\ 0 & \mp i \end{pmatrix}, \quad (\pm \underline{j}) = \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 \\ \mp 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\pm \underline{k}) = \begin{pmatrix} 0 & \pm i \\ \pm i & 0 \end{pmatrix}$$

   definiert ist, eine irreduzible Darstellung von Q liefert.

2. Finden Sie vier paarweise nicht-äquivalente lineare Darstellungen von Q. (Hinweis: $N = \{1, -1\} \lhd Q$ und beachten Sie die ersten beiden Übungsaufgaben).

3. Zeigen Sie, dass $\{1\}, \{-1\}, \{\underline{i}, -\underline{i}\}, \{\underline{j}, -\underline{j}\}, \{\underline{k}, -\underline{k}\}$ die Konjugationsklassen von Q sind.

4. Bestimmen Sie die Charaktertafel (d.h. alle irreduziblen Charaktere) von Q.