Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Jun.-Prof. Dr. Holger Kammeyer
M.Sc. Thor Wittich

Topologie I, WiSe 22/23
Blatt 10

Aufgabe 1 (5 Punkte):
Sei $f\colon S^n \to S^n$ eine stetige Abbildung mit Abbildungsgrad $\deg(f) = 0$. Zeigen Sie, dass es Punkte $x, x' \in S^n$ mit $f(x) = x$ und $f(x') = -x'$.

Aufgabe 2 (5 Punkte):
Sei F ein Vektorfeld auf $D^n \subset \mathbb{R}^n$, welches nicht den Wert $0 \in \mathbb{R}^n$ annimmt. Folgern Sie aus Aufgabe 1, dass es auf ∂D^n sowohl einen Punkt gibt, an dem das Vektorfeld nach innen zeigt und einen Punkt gibt, an dem es nach außen zeigt.

Aufgabe 3 (5 Punkte):
Zeigen Sie, dass jede Abbildung $f\colon S^2 \to S^2$, welche $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in S^n$ erfüllt, nullhomotop ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

(i) Bestimmen Sie $H_3(\mathbb{P}^3(\mathbb{R}))$. Dabei dürfen Sie verwenden, dass $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})/\mathbb{P}^2(\mathbb{R}) \cong S^3$ ist.

(ii) Folgern Sie, dass für jede Abbildung $f\colon S^3 \to S^3$, welche $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in S^n$ erfüllt, $\deg(f) \in 2\mathbb{Z}$ ist.