Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Jun.-Prof. Dr. Holger Kammeyer
M.Sc. Thor Wittich

Topologie I, WiSe 22/23
Blatt 9

Aufgabe 1 (5 Punkte):
Begründen Sie, dass die Antipodalabbildung $S^n \to S^n$, $x \mapsto -x$ den Grad $(-1)^{n+1}$ hat.

Aufgabe 2 (5 Punkte):
Zeigen Sie, dass jede stetige Abbildung $\mathbb{P}(\mathbb{R})^{2n} \to \mathbb{P}(\mathbb{R})^{2n}$ einen Fixpunkt besitzt. Wie sieht es für stetige Abbildungen $\mathbb{P}(\mathbb{R})^{2n+1} \to \mathbb{P}(\mathbb{R})^{2n+1}$ aus?

Aufgabe 3 (5 Punkte):
Sei n gerade. Zeigen Sie, dass die einzige nicht-triviale Gruppe, welche stetig und frei auf S^n wirken kann, die zyklische Gruppe von Ordnung 2 ist.

Hinweis: Bedenken Sie, dass eine stetige Gruppenwirkung $G \times X \to X$ dasselbe wie ein Homomorphismus $G \to \mathrm{Aut}_{\mathrm{Top}}(X)$ ist. Wie lässt sich auf diese Weise eine stetige und freie Wirkung auffassen?

Aufgabe 4 (5 Punkte):
Sei (E_*, ∂_*) eine gewöhnliche Homologietheorie und sei (X, A) ein Raumpaar mit Inklusion $i\colon A \to X$. Zeigen Sie, dass man die lange exakte Homologiesequenz zu (X, A) aus der Mayer-Vietoris Sequenz für den Abbildungskegel Ci herleiten kann.