Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Jun.-Prof. Dr. Holger Kammeyer
M.Sc. Thor Wittich

Topologie II, SoSe 23
Blatt 10

Aufgabe 1:
Wir betrachten die stetige Abbildung $f\colon \mathbb{P}^n(\mathbb{C}) \to \mathbb{P}^n(\mathbb{C})$, $[x_0 : \ldots : n_n] \mapsto [x_0^d : \ldots : x_n^d]$ für $n \geq 1$ und eine feste positive ganze Zahl d. Bestimmen Sie die induzierte Abbildung $f^*\colon H^*(\mathbb{P}^n(\mathbb{C})) \to H^*(\mathbb{P}^n(\mathbb{C}))$, indem Sie sich zuerst den Fall $n = 1$ anschauen.

Aufgabe 2:
Rechnen Sie nach, dass die beiden Räume $(S^1 \times \mathbb{P}^\infty(\mathbb{C}))/(S^1 \times \{x_0\})$ und $S^3 \times \mathbb{P}^\infty(\mathbb{C})$ isomorphe Kohomologieringe (für alle Koeffizienten) besitzen.
Bemerkung: Man kann auch zeigen, dass diese Räume nicht homotopie-äquivalent sind, sodass wir hiermit einsehen, dass unsere Invarianten immernoch nicht alle Räume unterscheiden können.

Aufgabe 3:
Zeigen Sie, dass der Kohomologiering $H^*(\mathbb{P}^\infty(\mathbb{R}); \mathbb{Z}/2n\mathbb{Z})$ für alle positiven ganzen Zahlen n durch $\mathbb{Z}/2n\mathbb{Z}[\alpha, \beta]/(2\alpha, 2\beta, \alpha^2 - n\beta)$ gegeben ist.